

PROCEDIMIENTO AGMA PARA EL CALCULO DE ENGRANAJES CILINDRICOS DE DIENTES RECTOS, HELICOIDALES Y BI-HELICOIDALES Y ENGRANAJES CONICOS

La metodología que a continuación se presenta, permite el cálculo de los dientes de los engranajes por resistencia y fatiga superficial de acuerdo al procedimiento recomendado por AGMA.

CALCULO POR RESISTENCIA

Las experiencias básicas están dadas por las siguientes relaciones:

$$S_t = \frac{W_t \cdot K_o \cdot K_s \cdot K_m}{K_v \cdot m \cdot F \cdot J} \qquad S_t \leq \frac{S_{at} \cdot K_L}{K_T \cdot K_R}$$

En caso que se desee calcular la potencia máxima que podrá transmitir los dientes de engranajes, por la expresión:

$$P = 6.98 \times 10^{-7} \left(\frac{D_p \cdot N_p \cdot S_{at} \cdot m \cdot F \cdot J \cdot K_L \cdot K_v}{K_s \cdot K_m \cdot K_t \cdot K_R \cdot K_o} \right)$$

Siendo:

S_t = Esfuerzo calculado en la raíz del diente, Kgs/mm²

W_t = Carga tangencial a transmitir en el diámetro de paso, Kgs.

K_o = Factor de sobrecarga

K_v = Factor dinámico

m = Modulo en el plano transversal, mm/diente

F = Ancho del diente, mm

K_s = Factor de tamaño

K_m = Factor de distribución de carga

J = Factor geométrico

S_{at} = Esfuerzo admisible del material, Kgs/ mm²

K_L = Factor de vida

K_T = Factor de temperatura

K_R = Factor de seguridad

P = Potencia que podrá transmitir, CV

N_p = Numero de RPM del piñón

D_p = Diámetro de paso del piñón, mm

FACTOR DE SOBRECARGA (K_o)

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bihelicoidales y engranajes cónicos:

- Usar la tabla IX, de acuerdo a las características de las maquinas indicadas en la tabla VIII
- En caso de usar la tabla X, hacer $K_L = K_R = K_T = 1.0$

FACTOR DINAMICO (K_v)

Este factor depende de:

- Los errores de espaciamento y de perfil de los dientes.
- La velocidad tangencial.
- La inercia y rigidez de los elementos giratorios.
- La carga a transmitir por unidad de ancho del diente.
- La rigidez del diente.

El factor dinámico se puede evaluar utilizando las curvas de la Figura N°1, de la siguiente manera:

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos:

Curva (1): Para engranajes de alta precisión afeitados o rectificadas sometidos a cargas dinámicas pequeñas.

Curva (2): Para engranajes de alta precisión afeitados o rectificadas sometidos a cargas dinámicas.

Curva (3): Para engranajes acabados con fresa madre o acepillados.

Curva (4): Para engranajes tallados y acabados con fresa de roseta o generados sin mayor precisión.

Engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi – helicoidales:

Curva (1): Para engranajes de alta precisión sometidos a cargas dinámicas pequeñas

Curva (2): Para engranajes de alta precisión sometidos a cargas dinámicas. Esta curva es recomendada para engranajes de calidad comercial.

Curva (3): Para engranajes tallados y acabados con fresa de roseta o generados sin mayor precisión.

Engranajes Cónicos

Curva (1): Para engranajes generados con precisión y sometidos a cargas dinámicas pequeñas.

Curva (2): Para engranajes cónicos espirales grandes sometidos a cargas dinámicas

Curva (3): Para engranajes cónicos rectos grandes.

Curva (4): Para engranajes tallados y acabados con fresa de roseta o generados sin mayor precisión.

FACTOR DE TAMAÑO (K_s)

El factor de tamaño depende fundamentalmente del paso del diente, de los diámetros de las ruedas, de la relación entre el tamaño del diente y diámetro de la rueda, del ancho del diente, de la relación entre la profundidad de la capa endurecida y el espesor del diente, del tipo de tratamiento térmico y de la dureza del material.

Engranajes cilíndricos (Rectos, helicoidales y bi-helicoidales)

Usar $K_s=1.00$, para engranajes de acero adecuadamente seleccionados y con tratamiento térmico correcto.

Para engranajes endurecidos superficialmente, se pueden usar valores de K_s que varían entre 1.00 para módulo 2.5 y 1.25 que corresponde a un módulo 25.

Engranajes Cónicos

Usar la Figura N°2

FACTOR DE DISTRIBUCION DE CARGA (K_m)

Este es un factor crítico en la evaluación de la capacidad de carga de los engranajes. Depende de los desalineamientos de los ejes, de los errores de los perfiles del diente, de las deflexiones elásticas de los ejes, cojinetes y ruedas. Estos dan lugar a que el contacto entre los dientes no sean uniforme en todo el flanco o efectúe solamente un contacto parcial.

Engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y Bi-helicoidales

- Usar la tabla XII, para aplicaciones en general.
- Usar la tabla XI, para los casos en que se desee diseñar engranajes con ancho mayor que lo normal y se requiera un control de alineamiento.

Engranajes Cónicos

- Usar la Figura N°3, para los casos en que se conozcan los desplazamientos del piñón y engranaje con respecto a sus posiciones teóricas.
- Usar la tabla XIII, para los casos en que no se disponga de información de los desplazamientos. Para montajes rígidos y cuidadosamente diseñados, se pueden usar los valores menores de la tabla, en caso contrario, los mayores.

FACTOR GEOMETRICO (J)

Es un factor que contempla la forma geométrica del perfil del diente, la posición de la carga que más daño puede ocasionar al diente, la concentración de esfuerzos y la repartición de la carga entre los dientes.

En lo que respecta a la geometría, se toma en cuenta el ángulo de presión, el número de dientes y la altura de estos.

En engranajes tallados con precisión hermanados, existirá una posición de engrane que produzca contacto en el extremo más alejado de un diente (instante en que deja de engranar), el diente siguiente ya habrá entrado en contacto, es decir, más de un diente está en contacto, por lo que la carga se repartirá en más de un diente, pero existe una posición en la que solamente un diente de la rueda este en contacto y que a su vez este los más apartado del circulo de paso. Es en esta posición que se produce el esfuerzo máximo en el diente.

Engranajes cilíndricos de dientes rectos

Usar las Figuras N°4 y N°5 complementadas con la Figura N°6, para determinar los factores geométricos. Se supone que los factores teóricos de concentración de esfuerzos no son afectados mayormente por el grado de acabado superficial, plasticidad, esfuerzos residuales y por otros factores.

La Figura N°6, da las variaciones en acción medidos en el paso base (P_b) de las ruedas y que permiten determinar la existencia o no de la repartición de la carga. Si los errores son menores que los de la curva (2) de la figura N°6, usar las curvas superiores de las Figuras N°4 y N°5, y si los errores son mayores que los de la curva (1), usar las curvas inferiores de las Figuras N°4 y N°5.

Engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi-helicoidales

En estos tipos de engranajes, el punto crítico de aplicación de la carga se presenta cuando la línea oblicua de contacto se intersecta con el extremo del diente.

Usar las Figuras del N°7 al N°10, para determinar los factores geométricos de las ruedas que engranan con una de 75 dientes. Para engranes con otros números de dientes, a los factores geométricos de las figuras indicadas, multiplicarlos por un factor modificadorio que se obtiene de las Figuras del N°11 al N°13.

Engranajes Cónicos

Usar las Figuras del N°14 al N°16, para determinar los factores geométricos.

ESFUERZOS ADMISIBLE DEL MATERIAL (S_{at})

Los esfuerzos admisibles de los materiales usados en el diseño de los engranajes varían en forma considerable con el tratamiento térmico, métodos de forjado, métodos de fundición y de la composición química de los materiales.

Usar la tabla XIV, para valores de S_{at} por fatiga recomendado por la AGMA. Se puede observar en la tabla mencionada que algunos valores están dados en rangos de esfuerzos. Los valores inferiores pueden ser usados para diseños en general, mientras que los superiores, se

sugiere usarlos para materiales de alta calidad con tratamiento térmico adecuado y con un control de calidad estricto.

La AGMA sugiere que para casos en que los dientes estén sometidos a cargas reversibles, se use el 70% de los valores dados en la tabla.

Para engranajes que estén sometidos a sobrecargas momentáneas y esporádicas, se sugiere utilizar las propiedades de fluencia para determinar el valor del esfuerzo admisible del material. La Figura N°17, muestra estos valores.

FACTOR DE VIDA (K_L)

Es difícil precisar el factor de vida en los cálculos de los engranajes, ya que los esfuerzos producidos no son proporcionales a la carga y la concentración de esfuerzos varía con el número de ciclos.

Usar la tabla XV, para determinar el factor de vida.

FACTOR DE TEMPERATURA (K_T)

- Usar $K_T = 1.00$ para engranajes que operen a temperaturas que no excedan de 71° C (160°F).
- Usar $K_T = 1.00$ para engranajes endurecidos superficialmente y que operen a temperaturas por encima de 71°C.
- Usar $K_T = (273+T) / 344$, siendo, T: Temperatura máxima del aceite en °C, para engranajes cónicos que operen a temperaturas por encima de 71°C . En algunos casos particulares, esta fórmula puede ser usada para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales.

FACTOR DE SEGURIDAD (K_R)

Este factor es llamado también, factor de confiabilidad.

- Usar la tabla XVI, cuando se efectuó el cálculo por resistencia a la fatiga.
- Usar la tabla XVII, cuando el cálculo se realice por esfuerzo de fluencia del material, en especial, cuando se desee prevenir contra cargas de pico que pudieren actuar sobre los dientes de los engranajes.

CALCULO POR FATIGA SUPERFICIAL

La durabilidad superficial mide la resistencia de los dientes de engranajes relacionándolos al fenómeno de fatiga conocido con el nombre de “**Picaduras**”.

Se puede usar una formula general aplicable a engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos, para calcular la carga limite que prevenga el efecto destructivo de la picadura.

La información que se da a continuación es aplicable a engranajes exteriores, salvo indicaciones en contrario.

La fórmula fundamental viene a ser:

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{W_t \cdot C_o \cdot C_s \cdot C_m \cdot C_f}{C_v \cdot D_p \cdot F \cdot I}}$$

Y se debe tener:

$$S_c \leq S_{ac} \left[\frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} \right]$$

También, se puede calcular la potencia máxima que se podrá transmitir, por la expresión:

$$P = 6.98 \times 10^{-7} \left[\frac{n_p \cdot F \cdot C_v \cdot I}{C_o \cdot C_s \cdot C_m \cdot C_f} \right] \left[\frac{S_{ac} \cdot D_p \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R \cdot C_p} \right]^2$$

Donde:

S_c = Esfuerzo de contacto calculado, Kgs/mm²

C_p = Coeficiente que depende de las propiedades elásticas del material.

W_t = Carga tangencial transmitida, aplicado en el diámetro de paso, Kgs.

C_o = Factor de sobrecarga.

C_v = Factor dinámico.

C_s = Factor de tamaño

D_p = Diámetro de paso del piñón, mm.

F = Ancho del diente, mm.

C_m = Factor de distribución de carga

C_f = Factor de condición superficial

I = Factor geométrico

S_{ac} = Esfuerzo admisible de contacto, Kgs/mm²

C_L = Factor de vida

C_H = Factor de relación de dureza

C_T = Factor de temperatura

C_R = Factor de seguridad

n_p = Numero de RPM del piñón.

P = Potencia que se puede transmitir.

COEFICIENTE QUE DEPENDE DE LAS PROPIEDADES ELASTICAS DEL MATERIAL (C_p)

Basado en la teoría de Hertz, referente a esfuerzos de contacto entre cilindros, se obtienen parámetros que dependen de las propiedades elásticas de los materiales, que adaptado para engranajes se tiene:

$$C_p = \sqrt{\frac{K}{\pi \left[\frac{1 - \mu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \mu_g^2}{E_g} \right]}}$$

Siendo:

μ_p = Coeficiente de Poisson del piñón

μ_g = Coeficiente de Poisson del material del engranaje

E_p = Modulo de elasticidad del piñón

E_g = Modulo de elasticidad del engranaje

K = Factor de forma.

K = 1, Para engranajes con contacto no localizado, tales como, engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi- helicoidales.

K = 1.5, Para engranajes de contacto localizado, como en los engranajes cónicos

- Usar la tabla XVIII, para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales.
- Para engranajes cónicos, los valores de la tabla XVIII, deberán ser afectados por el factor 1.225

FACTOR DE SOBRECARGA (Co)

Este factor contempla las sobrecargas producidas por las maquinas motrices y movidas de acuerdo a sus características de funcionamiento.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos.

- Usar la tabla X, para valores de Co y hacer $C_R = C_L = 1.0$
- Usar la tabla IX, complementada con la tabla VIII, para casos en que no se disponga de información precisa.

FACTOR DINAMICO (Cv)

Este factor depende de los errores de espaciamento entre los dientes, del perfil del diente, la velocidad tangencial, la inercia y rigidez de los elementos giratorios, la carga a transmitir por unidad de ancho del diente, la rigidez del diente y de las propiedades del lubricante.

El factor Cv se evalúa utilizando las curvas de la Figura N°18, de la siguiente manera:

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos

Curva (1): Engranajes de alta precisión afeitados o rectificados sometidos a cargas dinámicas pequeñas.

Curva (3): Engranajes de alta precisión afeitados o rectificados sometidos a cargas dinámicas.

Curva (4): Engranajes acabados con fresa madre o afeitados.

Curva (5): Engranajes tallados con fresa roseta o generados sin mayor precisión

Para engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi-helicoidales

Curva (1): Engranajes de alta precisión afeitados o rectificados sometidos a cargas dinámicas pequeñas.

Curva (2): Engranajes de alta precisión afeitados o rectificados sometidos a cargas dinámicas ligeras.

Curva (3): Engranajes de alta precisión afeitados o rectificados sometidos a cargas dinámicas moderadas. Esta curva es recomendada para engranajes de calidad comercial utilizados en aplicaciones industriales en general

Curva (4): Engranajes tallados con fresa de rosetas o generados sin mayor precisión.

Para engranajes cónicos

Curva (1): Engranajes cónicos generados con precisión y sometidos a cargas dinámicas pequeñas.

Curva (2): Engranajes cónicos grandes con dientes en espiral y sometidos a cargas dinámicas ligeras.

Curva (4): Engranajes cónicos rectos grandes.

Curva (5): Engranajes tallados con fresa de rosetas o generados sin mayor precisión

FACTOR DE TAMAÑO (C_s)

Este factor depende del tamaño de los dientes, de los diámetros de las ruedas, de la relación entre el tamaño del diente y el diámetro de la rueda, del ancho del diente, de la relación entre la profundidad de la capa endurecida y tamaño del diente, y del tipo de tratamiento térmico.

Usar $C_s = 1.00$ para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales, bi-helicoidales y engranajes cónicos, en aplicaciones generales.

Usar $C_s = 1.25$, para engranajes endurecidos superficialmente por carburización y con módulo igual o mayor de 12.

FACTOR DE DISTRIBUCION DE CARGA (C_m)

Este factor evalúa los efectos de la distribución de la carga en el flanco del diente. Depende del desalineamiento de los ejes, de la desviación del ángulo de la hélice, de la deflexión elástica del eje, de bastidores y de soportes de los ejes.

Engranajes cilíndricos de dientes rectos

- Usar la Figura N°20-b, complementada con la Figura N°20-a, para los casos en que se conozcan los desalineamientos medidos en los flancos de los dientes. En la Figura N°20-a, F_m representa el ancho del diente que tiene 100% de contacto para un determinado valor de la carga tangencial, y del desalineamiento.
- Usar la tabla XII, cuando no se disponga de datos de desalineamientos
- Usar la tabla XI, para cálculos de engranajes de ancho apreciable. Da resultados razonables.
- Usar la Figura N°19, para cálculos de cajas reductoras comerciales con engranajes tallados con cuidado y montados rígidamente.
-

Engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi-helicoidales

- Usar la Figura N°21-b, complementada con la Figura N°21-a, para los casos en que se conozcan los desalineamientos medidos en los flancos de los dientes.
- Usar la tabla XII, cuando no se disponga de datos sobre los desalineamientos.
- Usar la tabla XI, para cálculos de engranajes de anchos apreciables.
- Usar la Figura N°19, para cálculos de cajas reductoras comerciales con engranajes tallados con cuidado y montados rígidamente.
-

Engranajes Cónicos

- Usar la Figura N°3, para los casos en que se conozcan las deflexiones o desplazamientos del piñón y del engranaje respecto a sus posiciones teóricas.

- Usar la tabla XIII, cuando no se conozcan los desplazamientos. Se recomienda usar los valores menores de la tabla, cuando la transmisión tenga un montaje rígido y cuidadosamente diseñado, en caso contrario usar los valores mayores.

FACTOR GEOMETRICO (I)

Este factor mide los efectos de las proporciones dimensionales, tales como el ángulo de presión, la repartición de la carga entre los dientes, la relación de transmisión, la longitud de la línea de contacto, la longitud de acción y el paso base.

Engranajes cilíndricos de dientes rectos

Usar las Figuras N°22, 23 y 24. Los valores que dan estas figuras son para las peores condiciones de contacto, es decir que un par de dientes en contacto toma toda la carga.

Engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi-helicoidales

Los factores para estos engranajes se calculan por las siguientes expresiones:

$$I = \frac{C_c}{m_N}$$

$$C_c = \frac{\text{Sen } \varnothing_t \cdot \text{Cos} \varnothing_t}{2} \left[\frac{m_g}{m_g + 1} \right] \dots\dots\dots \text{Engranajes externos}$$

$$C_c = \frac{\text{Sen } \varnothing_t \cdot \text{Cos} \varnothing_t}{2} \left[\frac{m_g}{m_g - 1} \right] \dots\dots\dots \text{Engranajes internos}$$

$$m_N = \frac{P_{bn}}{0.95 Z} \qquad P_{bn} = P_n \cdot \text{Cos} \varnothing_n$$

$$Z = \sqrt{(R_p + a_p)^2 - (R_p \cdot \text{Cos} \varnothing_t)^2} + \sqrt{(R_g + a_g)^2 - (R_g \cdot \text{Cos} \varnothing_t)^2} - (R_p + R_g) \cdot \text{Sen} \varnothing_t$$

Siendo:

$\varnothing_t$ = Angulo de presión transversal.

m_g = Relación de transmisión.

P_{bn} = Paso base normal, mm.

Z = Longitud de la línea de acción en el plano transversal, mm.

P_n = Paso, circular normal, mm/diente

- Φ_n = Angulo de presión normal.
 R_p = Radio del circulo de paso del piñón, mm.
 R_g = Radio del circulo de paso del engranaje, mm.
 a_p = Adendum del piñón, mm.
 a_g = Adendum del engranaje, mm.

También el factor geométrico I, puede escribirse en forma simplificada de la siguiente manera:

$$I = \frac{Z_g}{Z_p + Z_g} (K_p + K_g)$$

Donde:

Z_p = Número de dientes del piñón

Z_g = Numero de dientes del engranaje

K_p = Factor del piñón que depende del tipo de perfil, numero de dientes, ángulo de la hélice.

K_g = Factor del engranaje que depende del tipo de perfil, numero de dientes y ángulo de la hélice.

Los valores de K_p y K_g están dados en las Figuras N°28, 29, 30 y 31.

ENGRANAJES CONICOS

Usar la Figura N°25 y 26, para engranajes cónicos de dientes rectos y Zerols. Los valores dados en las figuras indicadas son válidos de acuerdo a las siguientes restricciones:

- **Engranajes cónicos rectos:** El ancho debe ser:

$$F \leq A_o / 3$$

$$F \leq 10 \text{ m}$$
- **Engranajes cónicos tipo Zerol:** El ancho del diente

$$F \leq A_o / 4$$

$$F \leq 10 \text{ m}$$

Usar la Figura N°27, para engranajes cónicos de dientes en espiral. Los valores dados en la figura, son válidos de acuerdo a las siguientes restricciones del ancho del diente:

$$F \leq 10 \text{ m}$$

$$0.25 A_o \leq F \leq 0.30 A_o$$

Siendo: A_o = Distancia del cono, mm.

ESFUERZO ADMISIBLE DE CONTACTO (S_{ac})

Los esfuerzos admisibles de contacto dependen de la composición química del material, de las propiedades mecánicas, del número de ciclos de trabajo, de la temperatura, del tamaño de los dientes, de los esfuerzos residuales, y del tipo de tratamiento térmico superficial,

Usar la tabla XIX.

FACTOR DE VIDA (C_L)

Este factor ajusta la carga permisible para un determinado número de ciclos de operación.
Usa la tabla XXXII.

FACTOR DE RELACION DE DUREZA (C_H)

Este factor depende de la relación de transmisión, de las durezas del piñón y del engranaje.
Engranajes cilíndricos de dientes rectos:

$$\text{Usar } C_H = 1.00$$

Engranajes cilíndricos de dientes helicoidales y bi-helicoidales:

Usar la Figura N°33.

Engranaje cónico:

$$\text{Usar, } C_H = 1.00$$

Combinaciones típicas de dureza: La tabla VI, de valores típicos de dureza del piñón y engranaje que han dado resultados satisfactorios en la práctica.

FACTOR DE TEMPERATURA (C_T)

- Usar, $C_T = 1.00$ para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales, bi-helicoidales, y engranajes cónicos que operen a temperaturas que no excedan de 121°C (250°F).
- Usar, $C_T > 1.00$ para engranajes con dientes carbonizadas que operen a temperaturas mayores que 71°C.
- Mientras no se disponga de datos más confiables, se puede hacer uso, por el momento, de la siguiente fórmula empírica, para engranajes que operen a temperaturas por encima de 71°C.

$$C_T = \frac{273 + T}{344}$$

Siendo: T = Temperatura máxima del aceite, °C.

Nota: Se requieren cambios más frecuentes de aceites, cuando la temperatura excede de 82°C (180°F).

FACTOR DE SEGURIDAD (C_R)

El uso de este factor, permite al diseñador una oportunidad de calcular las ruedas dentadas con una buena confiabilidad, o de diseñarlo con un determinado riesgo.

Se deberá tener en cuenta que las fallas por fatiga superficial no son bruscos y se manifiestan por un acortamiento de la vida del elemento.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales, y bi-helicoidales, y engranajes cónicos, usar la tabla XX, para cálculos en general.

FACTOR DE CONDICION SUPERFICIAL (C_f)

Este factor depende del acabado superficial, de los esfuerzos residuales y de los efectos de plasticidad.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos:

- Use $C_f = 1.00$, para engranajes con buen grado de acabado superficial.
- Use $C_f = 1.25$, para engranajes con acabado deficiente o cuando exista posibilidad de esfuerzos residuales.
- Use $C_f = 1.50$, para engranajes con acabado rugoso y con esfuerzo residual.