

Sebastià Olivella Pastallé
Alejandro Josa García-Tornel
Francisco Javier Valencia Vera

Geotecnia.
Problemas resueltos.
Mecánica de suelos

Sebastià Olivella Pastallé
Alejandro Josa García-Tornel
Francisco Javier Valencia Vera

Geotecnia.
Problemas resueltos.
Mecánica de suelos

Primera edición: septiembre 2003

Diseño de la cubierta: Edicions UPC

© Los autores, 2003
© Edicions UPC, 2003
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
e-mail: edicions-upc@upc.es

Producción: CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord)
La Cup. Gran Capità s/n, 08034 Barcelona

Depósito legal: B-37528-2003
ISBN: 84-8301-735-0

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, así como la exportación e importación de ejemplares para su distribución y venta fuera del ámbito de la Unión Europea.

EJERCICIO 1. Flujo en zona portuaria hacia el mar	13
EJERCICIO 2. Flujo de agua en el trasdós de un muro con drenes	21
EJERCICIO 3. Flujo bajo una presa de hormigón	27
EJERCICIO 4. Flujo bajo presa de tierras	33
EJERCICIO 5. Flujo hacia una excavación sostenida mediante pantallas.....	37
EJERCICIO 6. Consolidación del terreno y flujo hacia una excavación	45
EJERCICIO 7. Flujo en un terreno natural y acuífero de espesor variable.....	57
EJERCICIO 8. Flujo vertical hacia una excavación con posibilidad de sifonamiento ..	67
EJERCICIO 9. Flujo hacia una excavación y consolidación	75
EJERCICIO 10. Consolidación causada por bombeo	83
EJERCICIO 11. Consolidación bajo naves industriales.....	89
EJERCICIO 12. Consolidación bajo un edificio	95
EJERCICIO 13. Consolidación en terreno arcilloso con capa de arena intermedia.....	105
EJERCICIO 14. Inyección de agua en un acuífero limitado por una capa arcillosa....	113
EJERCICIO 15. Determinación de parámetros en ensayos triaxiales.....	121
EJERCICIO 16. Consolidación a partir resultados de ensayos edométricos	129

EJERCICIO 1. Flujo en zona portuaria hacia el mar

Se está estudiando el diseño geotécnico de un muelle para una futura ampliación del puerto en una ciudad costera. Se ha decidido construir el muelle mediante un bloque de hormigón, colocado sobre una capa arenosa de 1 m de espesor, que permite contener un relleno arenoso (ver figura 1.1).

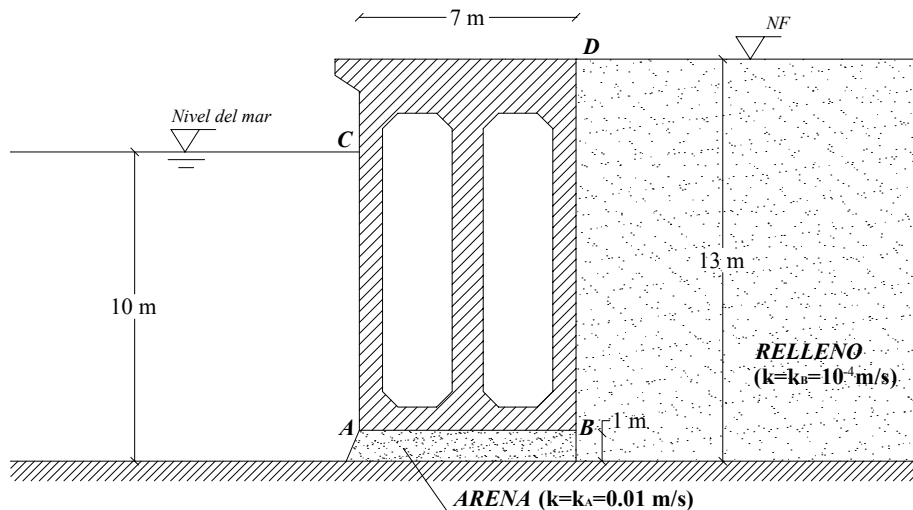


Fig. 1.1 Esquema de la geometría del muelle en el diseño inicial

Para calcular la estabilidad del muelle, se necesita conocer las leyes de presiones de agua que actúan sobre los contornos CA, AB y BD. Determinar dichas leyes suponiendo que el nivel freático detrás del muelle ha aumentado a causa de unas lluvias intensas y se ha situado 3 m por encima del nivel del mar. Se sugiere que se haga el cálculo en AB de forma “exacta”, y el cálculo en la zona de relleno de forma aproximada o gráfica, justificando siempre las hipótesis que se realicen.

Del diseño propuesto se debe destacar la existencia de la capa arenosa inferior, para poder dar salida al agua que pueda acceder al relleno y reducir las presiones generadas en el trasdós. Respecto a lo que se pide en el enunciado, se han de calcular las presiones ejercidas sobre el contorno del elemento estructural por el agua. El tramo más sencillo es el lado izquierdo del elemento estructural (AC), en el que la presión ejercida será hidrostática (ver figura 1.2).

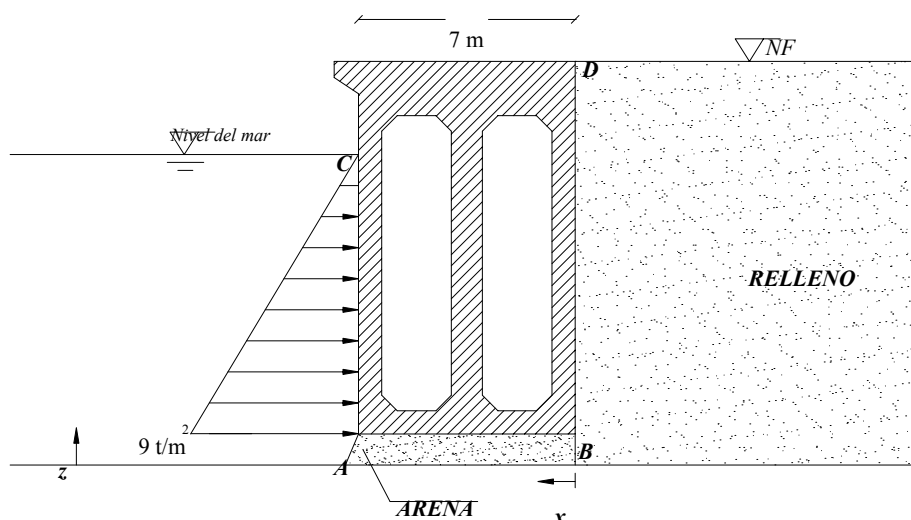


Fig. 1.2 Esquema de las presiones hidrostáticas ejercidas en el tramo AC

Considerando el origen de coordenadas en la base de la capa inferior de arena, las alturas piezométricas (φ , h) serán

$$h_A = z + \frac{p_{wA}}{\gamma_w} = 1\text{ m} + \frac{9\text{ t/m}^2}{1\text{ t/m}^3} = 10\text{ m}$$

$$h_C = 10\text{ m} + \frac{0\text{ t/m}^2}{1\text{ t/m}^3} = 10\text{ m}$$

$$h_X = z + \frac{p_{wX}}{\gamma_w} = z + \frac{10\text{ m} - z}{1\text{ t/m}^3} = 10\text{ m}$$

por lo que en el contorno AC la altura piezométrica será constante (flujo despreciable en el mar) y valdrá $h = 10\text{ m}$.

Si se presta atención a la figura 1.2, se podrá observar que en el punto C la altura piezométrica es de 10 m, mientras que en el punto D es de 13 m:

$$h_D = z_D + \frac{p_{wD}}{\gamma_w} = 13\text{ m} + \frac{0\text{ t/m}^2}{1\text{ t/m}^3} = 13\text{ m}$$

Estos 3 m de diferencia harán que el agua se dirija desde el lado derecho del elemento estructural hacia el lado izquierdo a través de la capa de arena, ya que el agua siempre se desplaza desde un punto de mayor altura piezométrica hacia uno cuya altura piezométrica sea menor. Por lo tanto, la arena inferior se comportará como si fuese un acuífero confinado.

En el lado derecho, el flujo será bidimensional, y se podrá estudiar gráficamente mediante una red ortogonal de líneas equipotenciales (h) y de corriente (ψ), suponiendo que el terreno es homogéneo e isótropo (ver figura 1.3).

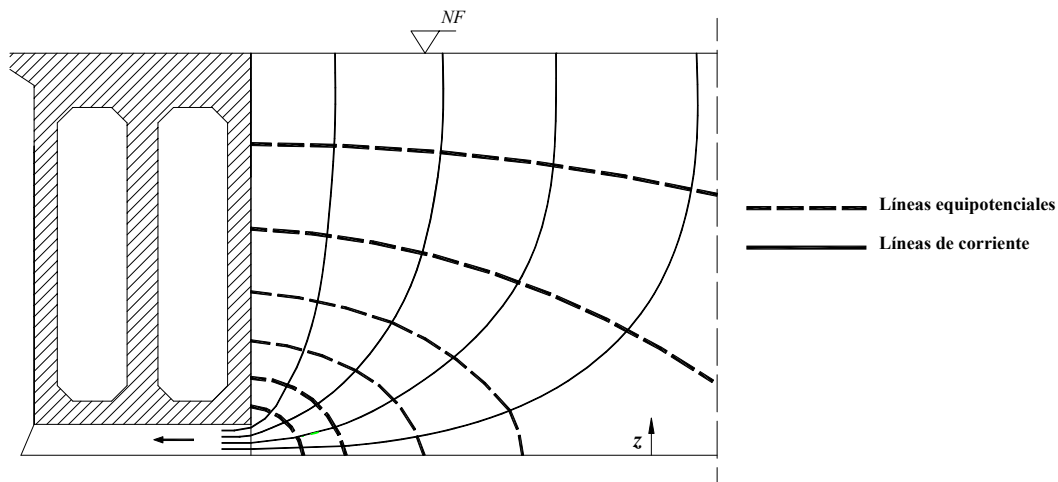


Fig. 1.3 Esquema aproximado de la red bidimensional de flujo

Para el cálculo de la presión intersticial en el punto B , se impondrá la continuidad de caudales en dicho punto de contacto entre el trasdós del muelle y la arena inferior en la que se apoya la estructura.

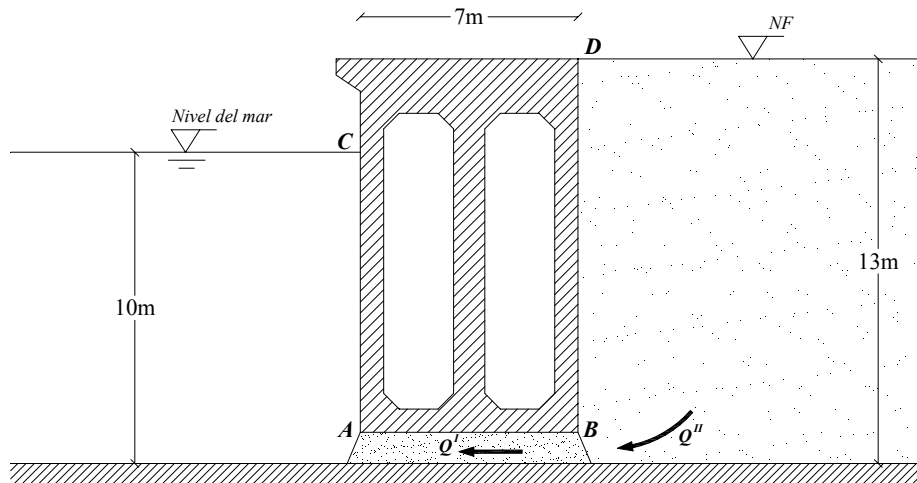


Fig. 1.4 Esquema de la red bidimensional de flujo

En el esquema de la figura 1.3 se ha dibujado una red con 5 tubos de corriente y 7 saltos de altura piezométrica. De este esquema puede estimarse un caudal de

$$Q'' = -K_R \frac{\text{nº tubos}}{\text{nº saltos}} \Delta h_{\text{total}} \cdot \alpha = -10^{-4} \frac{5}{7} (h_B - 13) \cdot 1$$

El coeficiente α hace referencia a la relación de semejanza de los lados de los cuadriláteros curvilíneos de la red de flujo dibujada; en este caso tiene aproximadamente un valor de 1.

La incógnita de la expresión anterior es la altura piezométrica en el punto B (h_B), que se podrá obtener imponiendo continuidad de caudales entre el relleno y la arena. Por ello, se estudiará ahora el estrato de arenas suponiendo que se comporta como un acuífero confinado.

Estudiando un elemento diferencial de dicho estrato, con sección constante y flujo estacionario y paralelo, se obtiene que la ley de alturas piezométricas debe ser lineal:

$$h(x) = Ax + B$$

Queda por imponer las condiciones de contorno, que serán

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Para } x = 0 \text{ m} & \rightarrow h = h_B \quad h(0 \text{ m}) = B \\ \text{Para } x = 7 \text{ m} & \rightarrow h_A = 10 \text{ m} \quad h(7 \text{ m}) = 7A + B \end{array} \right\} \quad A = \frac{10 \text{ m} - h_B}{7 \text{ m}}; \quad B = h_B$$

Con estas condiciones de contorno, se obtiene la siguiente expresión:

$$h(x) = \frac{10 - h_B}{7} x + h_B$$

Utilizando la ley de Darcy en el estrato de arena, se tendrá que el caudal resultante será

$$Q' = -K_A \frac{\partial h}{\partial x} d = -10^{-2} \cdot \frac{10 - h_B}{7} \cdot 1$$

donde d es el espesor de la capa de arena inferior (1 m).

Imponiendo continuidad de caudales, resulta

$$\left. \begin{array}{l} Q' = Q'' \\ -10^{-2} \frac{10 - h_B}{7} = -10^{-4} \frac{5}{7} (h_B - 13) \end{array} \right\} \quad h_B = 10.15 \text{ m}$$

Una vez obtenida la altura piezométrica en B , podemos calcular la presión ejercida en dicho punto como

$$h_B = z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w} = 10.15 \text{ m}$$

$$p_{wB} = 10.15 - 1 = 9.15 \text{ t/m}^2$$

Con esto, la ley de presiones inferior (lado AB) será lineal (por las condiciones de flujo anteriormente indicadas) con una variación de presiones de agua entre los siguientes valores:

$$p_{wA} = 9.00 \text{ t/m}^2$$

$$p_{wB} = 9.15 \text{ t/m}^2$$

Finalmente, para el cálculo de presiones en el lado derecho del muelle, se procederá de la forma siguiente:

$$h = z + \frac{p_w}{\gamma_w} \quad \Rightarrow \quad p_w = (h - z)\gamma_w$$

con lo que se obtienen los valores de la altura piezométrica de la red de flujo dibujada.

Se puede elaborar la tabla siguiente:

Tabla 1.1 Relación $z - h - p_w$

$z(\text{m})$	$h(\text{m})$	$p_w(\text{t/m}^2)$
1	10.150	9.150
3	10.625	7.625
5	11.100	6.100
7	11.575	4.575
9	12.050	3.050
11	12.525	1.525
13	13.000	0.000

que da lugar a una solución prácticamente lineal, como puede observarse en la figura 1.5.

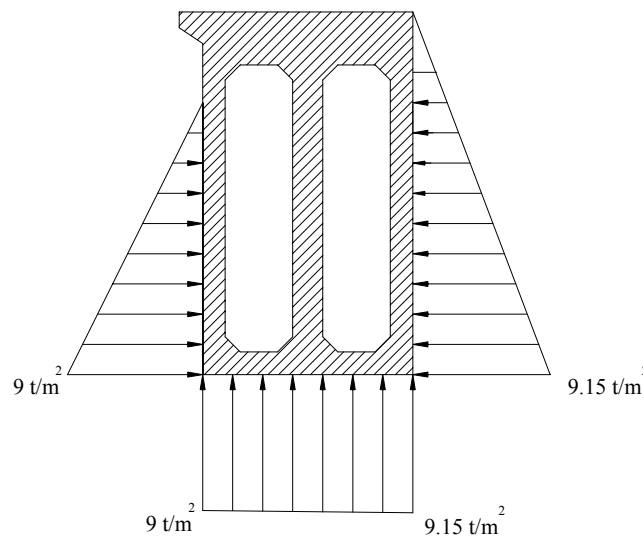


Fig. 1.5 Esquema de presiones en el contorno del muelle

El perfil estratigráfico de la costa en esa zona del puerto que se amplía es como se dibuja en la figura 1.6. Se ha detectado que el terreno natural tiene una capa arenosa de 2 m de espesor (puntos M-N), por la que circula agua dulce hacia el mar, confinada entre materiales prácticamente impermeables. Además, en un sondeo en el punto N se midió el nivel del agua a 1 m por encima del nivel del mar. Determinar el caudal de agua dulce que llegaría al punto M, suponiendo que en esa zona el nivel freático en el futuro relleno coincida con el nivel del mar. Con el diseño de muelle propuesto en la figura 1.1, ¿puede suceder que ese caudal llegue a hacer subir el nivel freático local, dentro de la zona de relleno? ¿Por qué?

En primer lugar se debe señalar que el agua dulce tenderá a acumularse en el relleno, elevando su nivel freático local, pero este fenómeno sólo será significativo si el relleno no es capaz, a su vez, de drenar eficazmente el agua (el resultado del apartado anterior servirá de referencia).

Una vez comentado este punto, puede pasarse a determinar el caudal de agua dulce que llega al punto M. En este caso se está ante un acuífero confinado de 2 m de espesor (ver figura 1.6).

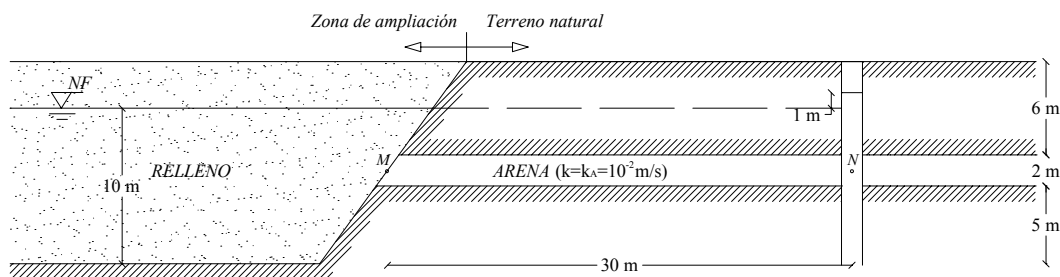


Fig. 1.6 Esquema del terreno natural

La ley de alturas piezométricas en el tramo MN será lineal por las mismas razones indicadas en la primera parte de este problema para la arena bajo el muelle:

$$h(x) = Ax + B$$

Para obtener los valores de A y B se tendrán que imponer las condiciones de contorno con origen de coordenadas en M:

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \text{ m} \quad h_M = (5 + 1) + \frac{4}{\gamma_w} = 10 \text{ m} = A \cdot 0 + B \\ x = 30 \text{ m} \quad h_N = (5 + 1) + \frac{(1 + 4)}{\gamma_w} = 11 \text{ m} = A \cdot 30 + B \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{1}{30} \quad B = 10 \text{ m}$$

Se ha tenido en cuenta que en el punto M la columna de agua (p_w) es un metro inferior a la del punto N. Tal y como se comenta en el enunciado, en la vertical del punto M el nivel freático coincide con el nivel del mar, y en el punto N (en el pozo) el nivel del agua está 1 m por encima del mismo.

De todo esto resulta que la ley de alturas piezométricas adopta la expresión

$$h(x) = \frac{x}{30} + 10$$

Con ello, el caudal (por metro de profundidad) se podrá calcular con la ley de Darcy:

$$q = -K \frac{dh}{dx} \quad Q = -K \frac{dh}{dx} D = -10^{-2} \text{ m/s} \cdot \frac{1}{30} \cdot 2 \text{ m} = -0.667 \text{ l/s/m}$$

donde D es el espesor del estrato de arenas. Además, se ha de apuntar que el signo negativo del caudal indica que el flujo va en el sentido de N a M.

Ahora queda por analizar si el nivel freático puede variar significativamente. Para ello, como referencia, se puede utilizar el caudal que atraviesa la capa de arena del apartado anterior:

$$Q = -K \frac{h_A - h_B}{AB} d = -10^{-2} \text{ m/s} \cdot \frac{10.0 \text{ m} - 10.15 \text{ m}}{7 \text{ m}} \cdot 1 \text{ m} = 0.2141 \text{ l/s/m}$$

Se puede apreciar claramente que el caudal de agua dulce es significativamente superior al que permite drenar la arena bajo el muelle con una subida de 3 m del nivel freático (ver apartado anterior). Consecuentemente es previsible que el nivel freático se eleve aún más. Como el caudal es proporcional al gradiente hidráulico, podría estimarse en primera aproximación una elevación del nivel freático de $(3 \text{ m}) \times (0.6671 \text{ l/s/m}) / (0.2141 \text{ l/s/m}) \approx 9 \text{ m}$, que es totalmente inaceptable.

Para dejar salida libre al agua dulce que llega por el estrato permeable, se plantea otro diseño de la zona portuaria, construyendo una capa artificial arenosa ($K=10^{-2} \text{ m/s}$) de 2 m de espesor hasta el muelle (puntos PQM en la figura 1.7). El propio muelle se diseña como un bloque más pequeño sobre este estrato. Encima y debajo de ese suelo arenoso se colocan materiales menos permeables. De esta forma se evita la acumulación de agua en el relleno.

Suponiendo que el estrato PQM está confinado totalmente por materiales impermeables, calcular el caudal de agua dulce que lo atraviesa y que sale por el punto P, suponiendo que en el punto N no varía el nivel del agua en el sondeo por el cambio de geometría introducido. Calcular también la ley de presiones de agua que actúa bajo el muelle, entre P y Q.

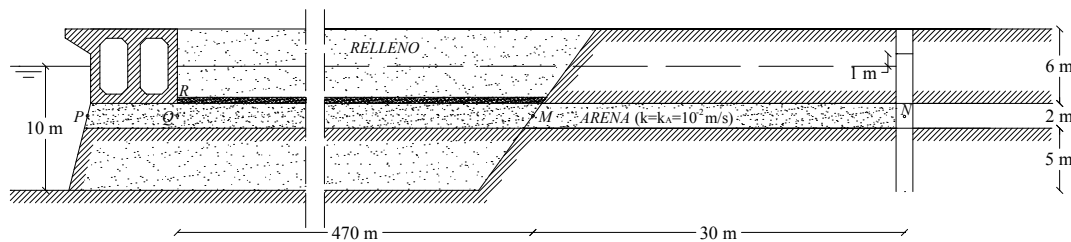


Fig. 1.7 Esquema del nuevo diseño de la zona portuaria

Se está de nuevo ante un acuífero confinado, por lo que la ley de alturas piezométricas, como en los apartados anteriores, será:

$$h(x) = Ax + B$$

Las condiciones de contorno serán ahora, teniendo en cuenta que se ha variado la posición del origen del sistema de coordenadas x , y se ha situado en el punto P:

$$\left. \begin{array}{ll} x = 0 \text{ m} & \rightarrow h_p = (5 + 1) + \frac{4}{\gamma_w} = 10 \text{ m} = A \cdot 0 + B \\ x = 7 + 470 + 30 = 507 \text{ m} & \rightarrow h_N = (5 + 1) + \frac{5}{\gamma_w} = 11 \text{ m} = A \cdot 507 + B \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{1}{507} \\ B = 10 \text{ m} \end{array} \right.$$

Por lo tanto

$$h(x) = \frac{x}{507} + 10$$

Aplicando la ley de Darcy se obtendrá el caudal:

$$Q = -K \frac{dh}{dx} D = -10^{-2} \text{ m/s} \cdot \frac{1}{507} \cdot 2 \text{ m} = -3.94 \cdot 10^{-2} \text{ l/s/m}$$

El signo negativo confirma que el caudal irá en la dirección de N a P. Finalmente, puede calcularse la presión en Q:

$$h_Q = h(7 \text{ m}) = \frac{7}{507} + 10 = 10.014 \text{ m}$$

$$p_{wQ} = (h_Q - z_Q) \cdot \gamma_w = (10.014 - 6) \cdot \gamma_w = 4.014 \text{ t/m}^2$$

Con lo que se puede comprobar que la ley de presiones debajo del muelle es prácticamente constante ($p_w \approx 4 \text{ t/m}^2$), como era de esperar por las diferencias de altura piezométrica existentes.

A continuación mostramos la variación de niveles piezométricos para el primer apartado obtenidos mediante métodos numéricos:

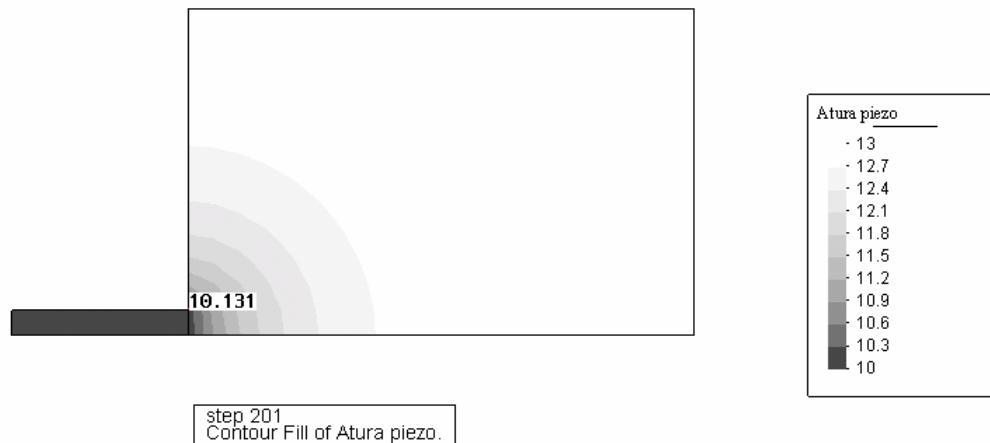


Fig. 1.8 Niveles piezométricos del primer apartado

El dominio del estudio es de 13 m de alto por 20 m de ancho. La altura piezométrica obtenida en el punto *B* es 10.131 m sensiblemente diferente a la obtenida mediante métodos analíticos. El caudal obtenido es 0.18 l/s/m, que resulta algo inferior.

Como conclusión se puede decir que el estudio mediante red de flujo bidimensional manual se aproxima bastante bien al resultado más preciso obtenido mediante la red de flujo numérica.

EJERCICIO 2. Flujo de agua en el trasdós de un muro con drenes

Dibujar las redes de filtración que por efecto de la lluvia se producirán en el terreno que soportan los dos muros de la figura y comparar ambos diseños mediante el cálculo de las presiones intersticiales a lo largo de las rectas AB. Puede suponerse permeabilidad constante.

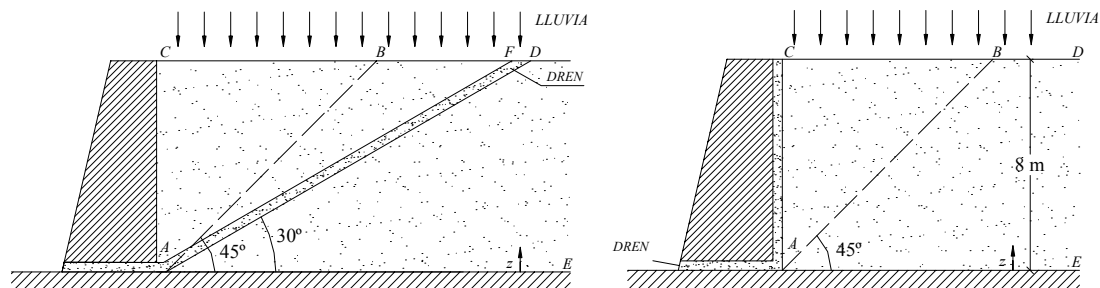


Fig. 2.1 Esquema de la disposición de los drenes

En este ejercicio se plantea dibujar las redes de flujo en el terreno del trasdós del muro con distintas disposiciones de los drenes. Para ello, se deben dibujar las líneas equipotenciales y de corriente correspondientes a cada caso. Al suponerse terreno homogéneo e isótropo, se generará una malla ortogonal. Por otro lado se procurará que los rectángulos curvilíneos sean semejantes entre sí con razón $\alpha = 1$ (retícula cuadrada).

En relación con las condiciones de contorno que se deberán cumplir, la superficie del terreno, en la que la presión es la atmosférica ($p_w = p_{atm} = 0 \text{ t/m}^2$), será en este caso una línea equipotencial con altura piezométrica (origen de coordenadas en el estrato inferior):

$$h = \varphi = z + \frac{p_w}{\gamma_w} = 8 \text{ m} + 0 \text{ m} = 8 \text{ m}$$

Por otro lado, se debe recordar que un dren introduce la condición de contorno de presión p_w nula (si tiene permeabilidad suficientemente alta y está apropiadamente dimensionado), por lo que las alturas piezométricas coincidirán con las cotas de los puntos ($h = z$). El dren, consecuentemente, no tendrá por qué ser una línea de corriente o equipotencial de la red de flujo del terreno.

En el primer caso, en el que el dren está inclinado, el contorno del trasdós del muro, por ser impermeable, será una línea de corriente, mientras que en ambos casos el límite inferior del terreno base donde se cimenta el muro, al ser también impermeable, corresponderá así mismo a una línea de corriente.

De acuerdo con todo lo anterior se tendrán las siguientes condiciones:

Primer caso (dren inclinado):

Contorno AC: línea de corriente.

Contorno CD: línea equipotencial ($h = 8 \text{ m}$).

Contorno AF (dren): condición $h = z$ (ni las líneas de corriente ni las equipotenciales tienen por qué ser ortogonales o paralelas a la línea del dren).

Contorno AE: línea de corriente.

Segundo caso (dren en el trasdós):

Contorno AC (dren): condición $h = z$ (ni las líneas de corriente ni las equipotenciales tienen por qué ser ortogonales o paralelas a la línea del dren; cerca del punto A las líneas de corriente llegarán al dren más horizontales y cerca del C más verticales).

Contorno CD: línea equipotencial ($h = 8 \text{ m}$).

Contorno AE : línea de corriente.

En la figura 2.2 se muestra una aproximación de las redes de flujo resultantes.

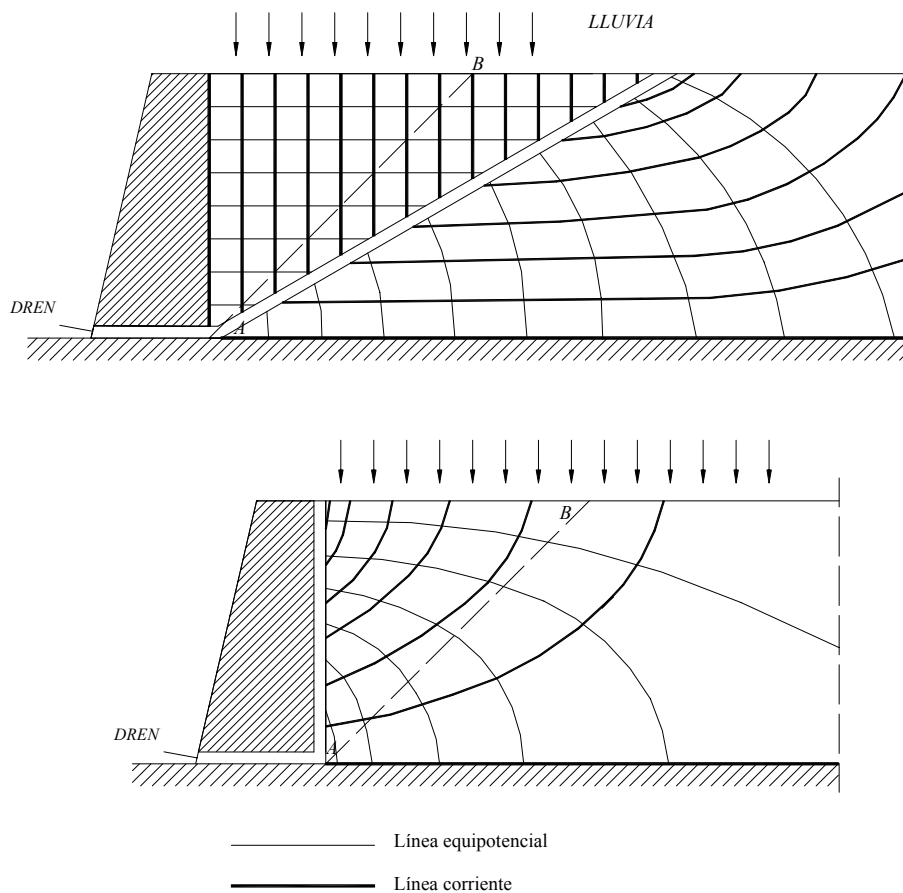


Fig. 2.2 Aproximación de las redes de flujo resultantes

En la red de corriente del primer caso (dren inclinado; figura de la izquierda), se conoce la altura piezométrica de los puntos del dren, que coincide, como se ha indicado anteriormente, con la cota de cada uno de ellos. Consecuentemente se conoce también la altura piezométrica de las líneas equipotenciales, ya que coincidirá en cada una de ellas con la del punto de contacto con el dren. Como por encima del dren las líneas equipotenciales son horizontales, en todas ellas su altura potencial coincidirá con su cota, y la presión intersticial de todos los puntos, y en particular de los del segmento AB , será cero.

En el segundo caso (dren en el trasdós; figura de la derecha) no ocurrirá lo mismo, ya que las líneas equipotenciales son curvas, y podrá obtenerse la presión intersticial de los diferentes puntos del terreno a partir de la red de flujo. En los extremos (puntos A y B) la presión intersticial será nula, de acuerdo con las condiciones de contorno existentes. En la tabla siguiente se incluyen los valores de la altura piezométrica y de la presión intersticial para varios puntos del segmento AB , de acuerdo con la figura 2.2, que se representan en la figura 2.3.

$z(\text{m})$	$h(\text{m})$	$p_w(\text{t/m}^2)$
0,00	0,00	0,00
0,33	1,14	0,81
1,19	2,29	1,09
2,42	3,43	1,01
3,80	4,57	0,77
5,23	5,71	0,48
6,63	6,86	0,23
8,00	8,00	0,00

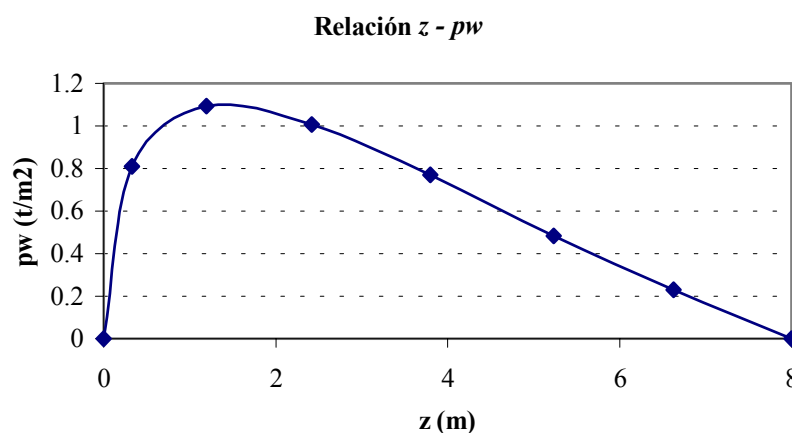


Fig. 2.3 Presión intersticial en el segmento AB

De los resultados obtenidos puede concluirse que el primer caso da lugar a unas presiones intersticiales menores en el terreno, aunque puede ser más difícil de instalar.

A partir de las redes de flujo puede también estimarse el caudal generado en el terreno (y recogido por el dren inferior al muro). En el primer caso (dren inclinado) se tiene que sumar el caudal generado en los tubos de corriente por encima y por debajo del dren.

Como en estos casos los tubos de corriente no comienzan y terminan con la misma altura piezométrica (empiezan con la misma, 8 m, pero acaban con diferentes alturas piezométricas, correspondientes a la del punto del dren en el que finalizan), no puede aplicarse la expresión

$$Q = K \Delta \varphi_{total} \frac{n^{\circ} \text{ tubos}}{n^{\circ} \text{ saltos}} \cdot \alpha$$

ya que no existe un $\Delta \varphi_{total}$ común. Por ello debe realizarse el cálculo para cada tubo de corriente (Q_i) y aplicar

$$Q = \sum Q_i \quad Q_i = K \alpha \left(\frac{\Delta \varphi_{total}}{n^{\circ} \text{ saltos}} \right)_{tubo-i}$$

Debido a que los tubos de corriente no finalizan ortogonalmente a la línea de dren, la variación total de altura piezométrica de cada uno de ellos debe ajustarse al final con una fracción de salto aproximada.

Como los tubos de corriente más largos tienen más variación total de altura piezométrica y, a la vez, mayor número de saltos, es posible que los caudales en cada tubo no sean muy diferentes, por lo que puede obtenerse una aproximación aceptable calculando el caudal en un tubo de corriente intermedio y multiplicándolo por el número de tubos. En el primer caso (dren inclinado) esto debería hacerse independientemente para la zona superior al dren y para la zona inferior al mismo.

A continuación se estiman los caudales producidos utilizando las redes de flujo obtenidas y las expresiones anteriores.

Caso del dren inclinado:

Calculamos caudal del tubo intermedio en la parte superior:

$$Q_{\text{tubo intermedio}} = K \cdot 1 \cdot \frac{4}{4} = K$$

Ahora multiplicamos por el número de tubos y obtenemos el caudal total por la parte superior:

$$\sum Q_i = 13K$$

Calculamos el caudal del tubo intermedio en la parte inferior:

$$Q_{\text{tubo intermedio}} = K \cdot 1 \cdot \frac{6}{6} = K$$

$$\sum Q_i = 7K$$

El caudal total será la suma del caudal aportado por cada una de las partes:

$$\sum Q_{\text{total}} = 13K + 7K = 20K$$

Caso del dren en el trasdós:

Calculamos el caudal del tubo intermedio:

$$Q_{\text{tubo intermedio}} = K \cdot 1 \cdot \frac{6}{6} = K$$

El caudal total:

$$\sum Q_i = n^{\circ} \text{ de tubos} \cdot K = 6 \cdot K$$

Estos caudales deben utilizarse para dimensionar los drenes.

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante métodos numéricos. Para el estudio se ha tomado $K = 0.01$ m/s. El dominio de estudio es de 8 m por 15 m de largo.

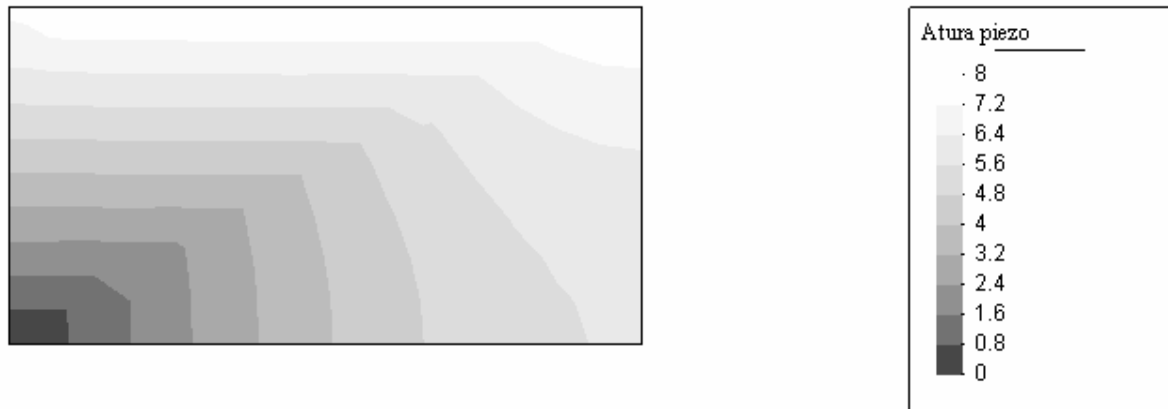


Fig. 2.4 Niveles piezométricos para el caso de dren inclinado

El caudal obtenido es de $0.144 \text{ m}^2/\text{s}$ frente a $0.2 \text{ m}^2/\text{s}$ que se obtiene mediante la red de flujo manual.



Fig. 2.5 Niveles piezométricos para el caso de dren en el trasdós

En este caso el caudal obtenido es $0.059 \text{ m}^2/\text{s}$ frente a los $0.06 \text{ m}^2/\text{s}$ que se obtienen mediante la red de flujo manual.

Se puede observar que los cálculos basados en la red de flujo manual se aproximan bastante bien a los obtenidos, de forma más precisa, mediante la red de flujo numérica.

EJERCICIO 3. Flujo bajo una presa de hormigón

La figura representa una sección a través del terreno de cimentación de una presa de gravedad. Puede observarse la existencia de una base impermeable quebrada y la anisotropía del terreno de cimentación. Sabiendo que la altura de agua en el paramento de aguas arriba es de 20 m y en el de aguas abajo 0 m, se pide:

- Presión de agua (subpresión) a lo largo del contacto cimiento - terreno.
- Caudal filtrado por unidad de longitud.
- Situación y magnitud del gradiente máximo de salida del agua.

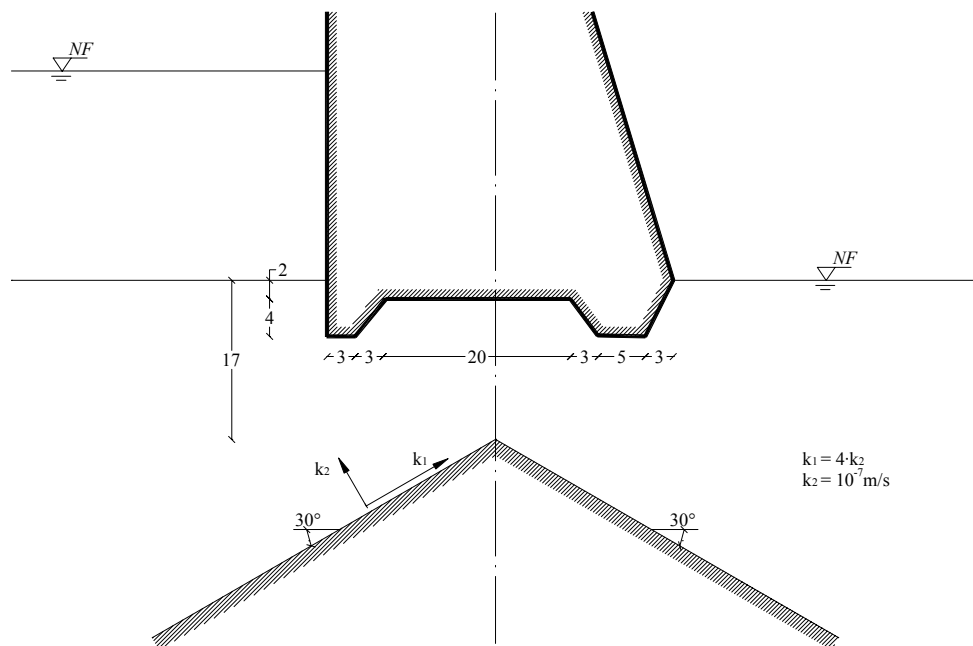


Fig. 3.1 Esquema del terreno y la cimentación

La complejidad de la geometría hace inviable la aplicación de métodos analíticos y obliga a utilizar métodos numéricos o gráficos. Los métodos gráficos son posibles en este caso, a pesar de ser el terreno anisótropo, por tratarse de un suelo homogéneo. Para ello se deberá dibujar una red de flujo ortogonal convencional tras haber hecho un cambio de variable que conllevará una deformación de la geometría inicial. Al final podrá obtenerse la red de flujo real (no ortogonal) deshaciendo el cambio de variable y recuperando la geometría original del problema.

Al tratarse de un caso bidimensional la ecuación de flujo a resolver será la siguiente:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

El cambio de variable que se deberá realizar es

$$x^* = x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}}$$

$$y^* = y$$

Con el cual se obtiene

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial x} = \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \frac{\partial h}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{K_y}{K_x} \frac{\partial^2 h}{\partial (x^*)^2}$$

Y sustituyendo en la ecuación inicial:

$$\frac{K_y}{K_x} K_x \frac{\partial^2 h}{\partial (x^*)^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial (y^*)^2} = 0$$

$$\nabla^2 h^* = 0$$

que es la ecuación para terreno homogéneo e isótropo, en el que la red de flujo es ortogonal. En este caso se tiene

$$x^* = x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} = \frac{1}{2} x$$

Para la construcción de la red de flujo, el primer paso es definir unos ejes de coordenadas, como se puede ver en la figura 3.2.

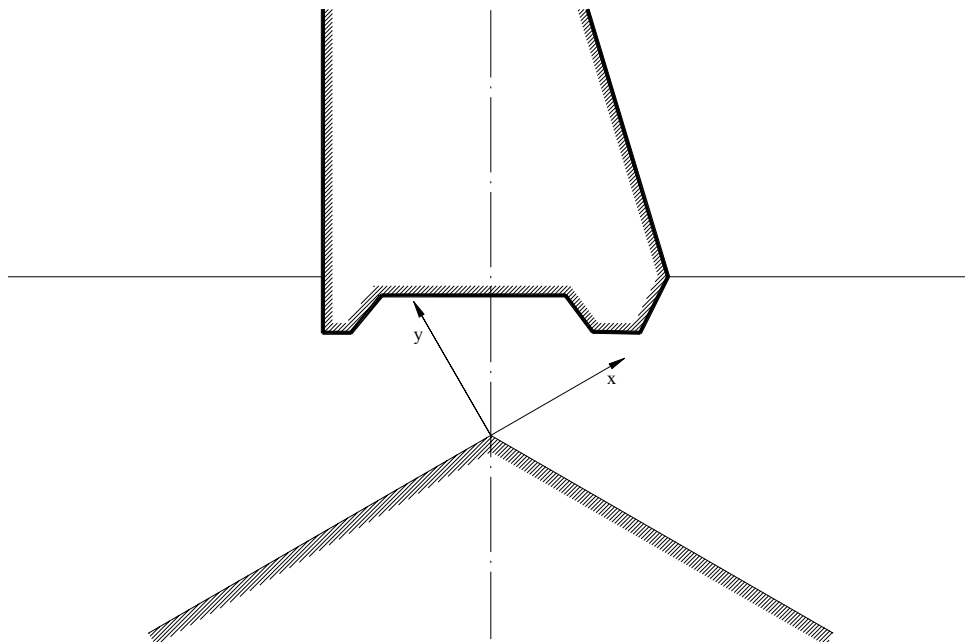


Fig. 3.2 Posición de los ejes de coordenadas

A partir de aquí se deformará el eje x con la relación obtenida anteriormente ($x^*=x/2$; figura 3.3).

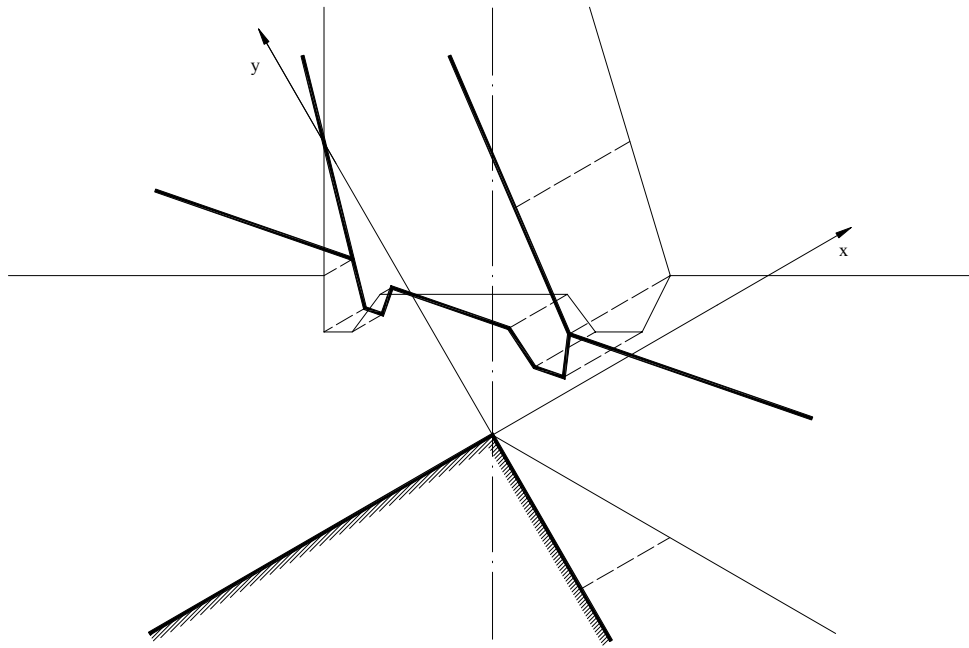


Fig. 3.3 Deformación del domino y la cimentación original

El siguiente paso es dibujar una red de flujo ortogonal que cumpla con las condiciones de contorno, comenzando con pocas líneas (figura 3.4). Las superficies impermeables (cimiento de la presa y base impermeable quebrada) serán líneas de corriente, y el lecho del río (superficie del terreno) será una línea equipotencial (cota constante y presión intersticial nula). En este caso se ha adoptado un parámetro α igual a 1 (cuadriláteros con lados sensiblemente iguales).

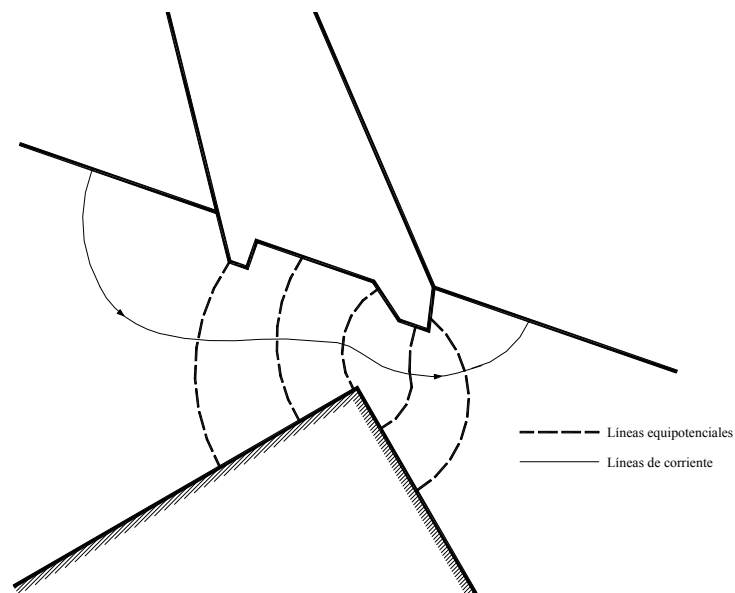


Fig. 3.4 Primera aproximación de la red de flujo

Una vez se tiene dibujada esta primera aproximación, se pueden ir añadiendo más líneas para completar la red de flujo (figura 3.5).

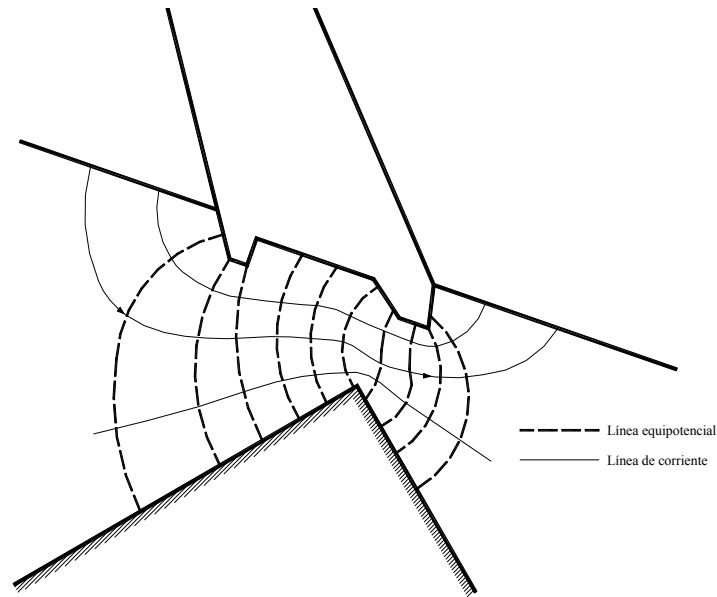


Fig. 3.5 Esquema de la red de flujo completa

A partir de lo anterior, simplemente se tendrá que deformar la red de flujo para trasponerla al terreno inicial. El resultado final se muestra en la figura 3.6.

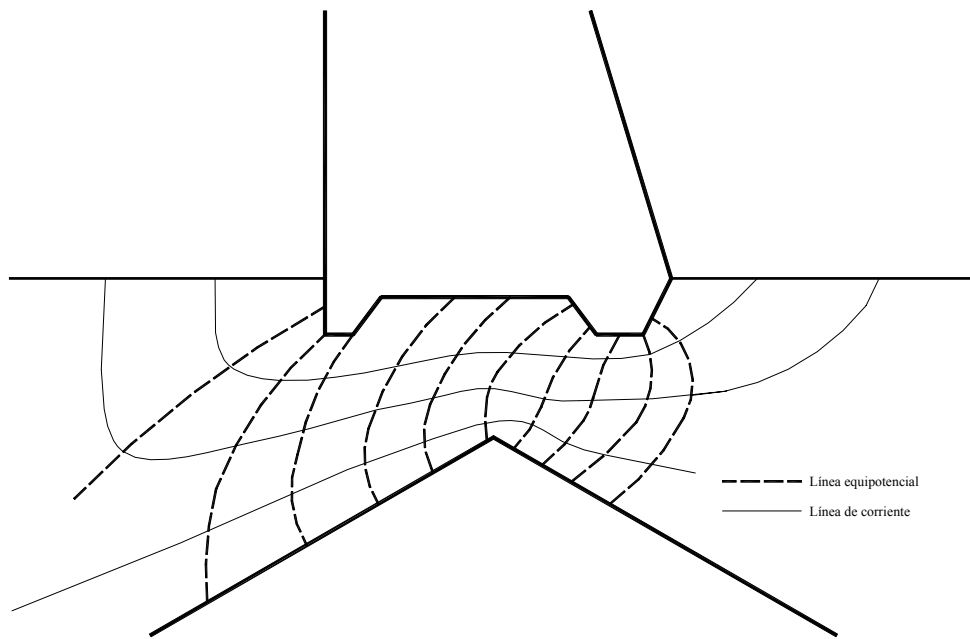


Fig. 3.6 Esquema de la red de flujo deformada

Para estimar las presiones de agua (subpresión) a lo largo del contacto cimiento-terreno lo primero que se necesita es el valor de la altura piezométrica de cada línea equipotencial. Se sabe que la diferencia de alturas piezométricas total entre los dos lados de la cimentación es de 20 m, repartido en 11 saltos, por lo tanto:

$$\Delta h = 1.81 \text{ m}$$

Conocido este valor, puede determinarse la altura piezométrica de cada línea equipotencial (figura 3.7).

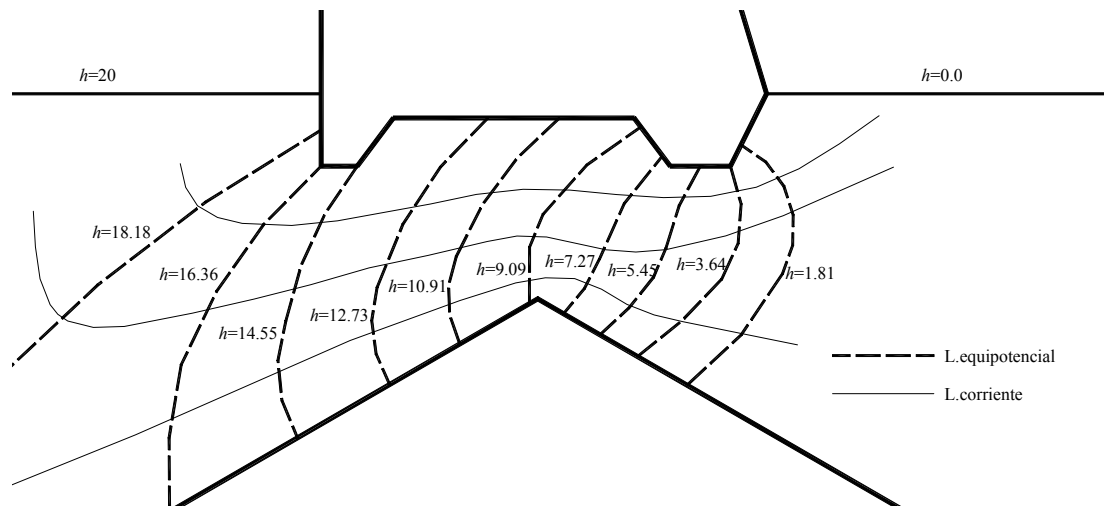


Fig. 3.7 Red de flujo con indicación de las alturas piezométricas en las líneas equipotenciales

Finalmente se ha de utilizar la expresión

$$p_w = (h - z)\gamma_w$$

para obtener las presiones. En la figura 3.8 se muestran algunos valores de presión (en kp/cm^2) en la base de la presa.

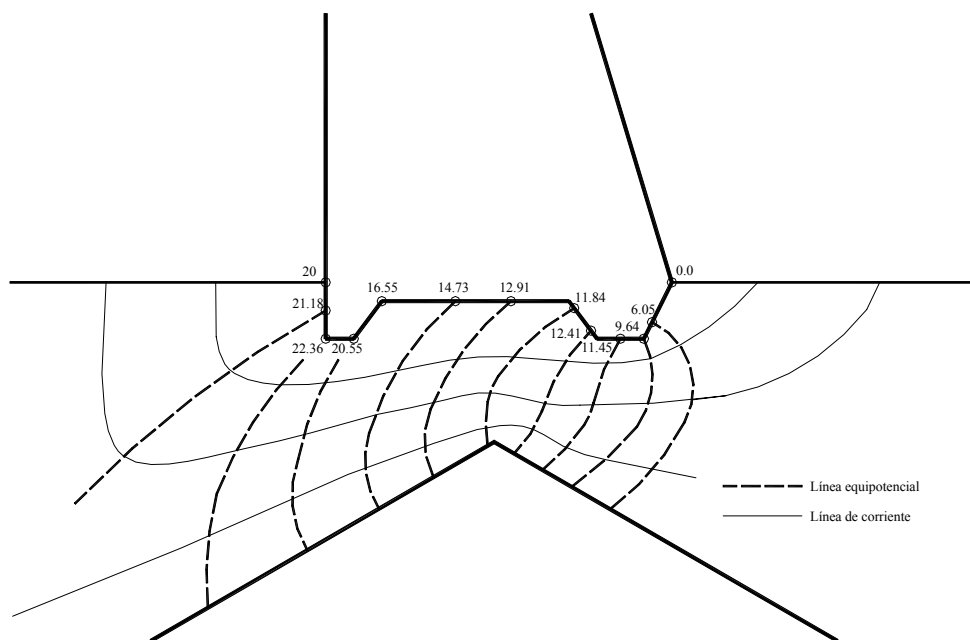


Fig. 3.8 Valores de presiones intersticiales en la base de la presa

El cálculo del caudal filtrado por unidad de longitud se podrá hacer mediante la siguiente expresión

$$Q = K_{eq} \Delta \varphi_{total} \frac{n^\circ \text{ tubos}}{n^\circ \text{ saltos}} \cdot \alpha$$

donde α en este caso es 1. Respecto a la permeabilidad equivalente, puede demostrarse que vale la media geométrica de las dos permeabilidades principales, es decir

$$K_{eq} = \sqrt{K_1 K_2}$$

Sustituyendo valores se tendrá

$$Q = \frac{4 \text{ tubos}}{11 \text{ saltos}} \cdot (2 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}) \cdot (20 \text{ m} - 0 \text{ m}) = 1.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

Por último, queda por analizar la situación y magnitud del gradiente máximo de salida del agua. En cuanto a la posición, y teniendo en cuenta que el salto de alturas piezométricas entre líneas equipotenciales consecutivas es constante, el máximo gradiente se producirá donde dichas líneas estén más cerca entre sí. Por otro lado, la salida de agua con flujo sensiblemente vertical ascendente se produce aguas abajo de la presa, que es donde el riesgo de sifonamiento será mayor. Como acostumbra a ocurrir en problemas como el planteado, el gradiente máximo de salida de agua se producirá aguas abajo, en el punto más cercano a la presa (figura 3.9).

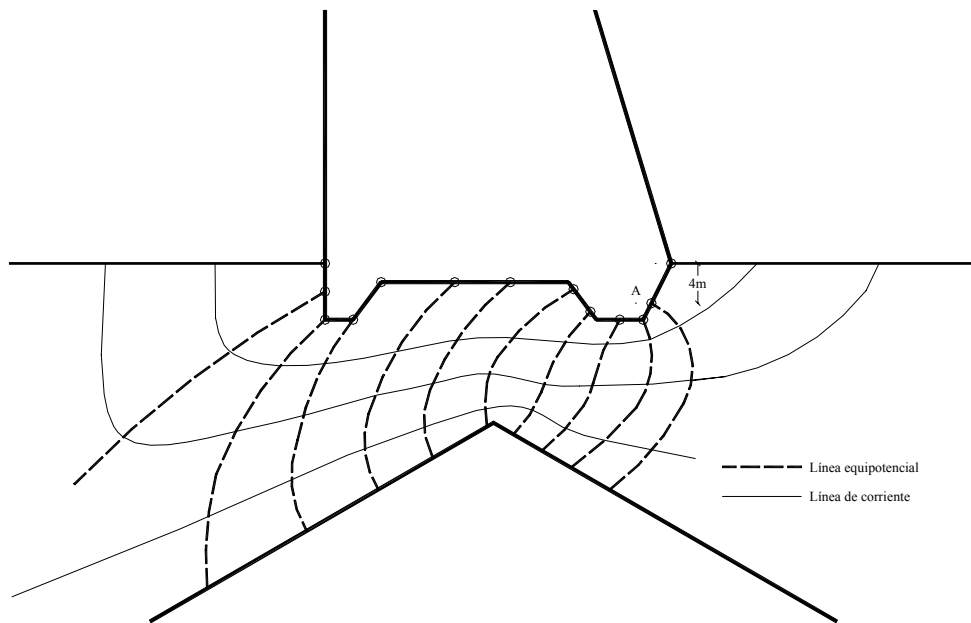


Fig. 3.9 Punto de comprobación del gradiente crítico

El gradiente del agua podrá estimarse de forma aproximada realizando la operación siguiente:

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta z} \approx \frac{1.81 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 0.46$$

Cabe decir que, suponiendo un gradiente crítico en el entorno de 1, el valor obtenido es claramente inferior al mismo.

EJERCICIO 4: Flujo bajo presa de tierras

Se dispone del diseño de una presa de tierras sobre terreno heterogéneo según se indica en la figura 4.1.

- Comprobar que se supera el gradiente crítico aguas abajo de la presa
- Determinar el espesor de la capa de material drenante que se deberá colocar aguas abajo, sobre la arena, para evitar que se supere el gradiente crítico, y calcular el caudal filtrado.

Considerar: $K_{\text{grava}}=1 \text{ cm/s}$; $K_{\text{arena}}=10^{-2} \text{ cm/s}$; espesor de la capa de gravas constante e igual a 3 m; contacto grava-arena de 3 m de ancho; arena: $\gamma_d=1.6 \text{ t/m}^3$, $\gamma_s=2.7 \text{ t/m}^3$; material drenante que se deberá colocar: $\gamma_d=1.9 \text{ t/m}^3$, $\gamma_s=2.7 \text{ t/m}^3$.

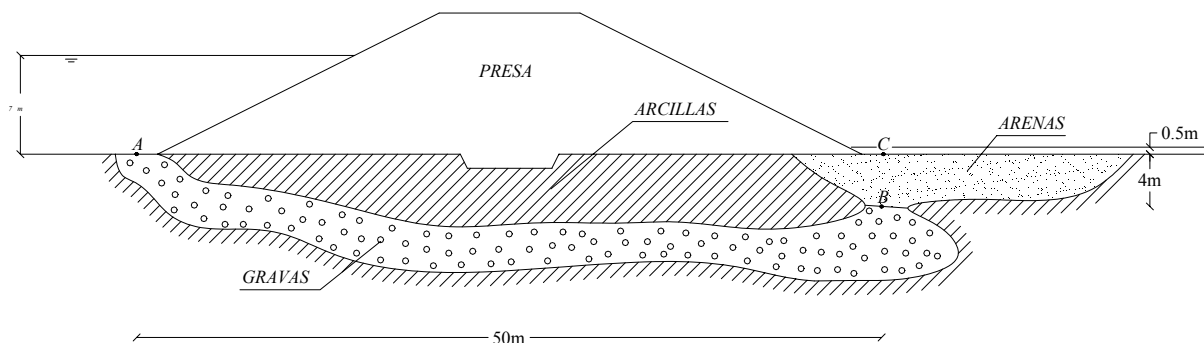


Fig. 4.1 Esquema de la presa

- Para comprobar si se supera el gradiente crítico aguas abajo, puede recurrirse a un método gráfico, mediante el dibujo de la red de flujo, o plantearlo analíticamente utilizando determinadas hipótesis. En este caso, y teniendo en cuenta que, debido a la geometría del problema, el flujo puede suponerse aproximadamente unidimensional siguiendo los estratos de grava y arena (se considera que la arcilla será suficientemente impermeable), se va a seguir el segundo de los métodos indicados.

El aspecto básico es el cálculo de la pérdida de altura piezométrica a lo largo de dichos estratos. Se sabe que la pérdida total de altura piezométrica será la diferencia entre las dos alturas de agua que hay a cada lado de la presa:

$$(\Delta h)_G + (\Delta h)_S = 7 \text{ m} - 0.5 \text{ m} = 6.5 \text{ m}$$

$(\Delta h)_G$: Pérdida de altura piezométrica en la grava

$(\Delta h)_S$: Pérdida de altura piezométrica en la arena

Para calcular estos incrementos analíticamente se aplicará la ley de Darcy a los estratos de grava y de arena suponiendo aproximadamente que el gradiente hidráulico en el punto en el que se va a imponer la continuidad del agua (punto de contacto entre estratos), coincide con el medio en cada uno de ellos. Esta condición se cumple en el caso de que el flujo sea unidimensional. Teniendo en cuenta la geometría del problema, esta hipótesis es quizás más razonable en el primero de dichos estratos que en el segundo, aunque parece aceptable en conjunto (se tendría que utilizar otro método más preciso para evaluar hasta qué punto es correcta). La continuidad en el punto de contacto entre estratos implica

$$Q_{\text{entrada}} = Q_{\text{salida}}$$

Por unidad de profundidad se tendrá

$$K_s \frac{\Delta h_s}{l_s} e_s = K_g \frac{\Delta h_g}{l_g} e_g$$

l_i : Longitud media del estrato

e_i : Espesor del estrato en el contacto

Sustituyendo los valores del problema:

$$10^{-2} \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_s}{4 \text{ m}} \cdot 3 \text{ m} = 1 \text{ cm/s} \cdot \frac{\Delta h_g}{50 \text{ m}} \cdot 3 \text{ m}$$

$$\Delta h_s = 8 \cdot \Delta h_g$$

donde se ha supuesto que el estrato de gravas tiene una longitud de 50 m (en realidad es algo superior; se ha tomado la proyección en planta) y que el estrato de arenas tiene una longitud (en la dirección del flujo, que en este caso es vertical) de 4 m. Si se sustituye esta última expresión en la obtenida anteriormente, se obtiene

$$\Delta h_s = 5.78 \text{ m}$$

$$\Delta h_g = 0.72 \text{ m}$$

Por lo tanto, se puede evaluar el gradiente en la zona de arenas como

$$i = \frac{\Delta h_s}{l_s} = \frac{5.78 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 1.445$$

Este último cálculo supone que, como se ha indicado, el flujo en esta zona es vertical, lo cual es razonable en este caso teniendo en cuenta la geometría del problema. Para valorar el gradiente hidráulico obtenido, debe compararse con el crítico. Aunque el gradiente crítico acostumbra a estar en el entorno de 1, puede comprobarse cuál es su valor real. Para ello se ha de calcular el peso específico sumergido de las arenas (γ_{sum}) a través del peso específico saturado (γ_{sat}), que se obtendrá a partir del peso específico seco ($\gamma_d = 1.6 \text{ t/m}^3$) y el de las partículas sólidas ($\gamma_s = 2.7 \text{ t/m}^3$). En suelos saturados se cumple

$$\gamma_{sat} = \gamma_d + \gamma_w \left(1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_s}\right)$$

Aplicando esta expresión al estrato de arenas se tendrá

$$\gamma_{sat} = 1.6 \text{ t/m}^3 + 1 \text{ t/m}^3 \left(1 - \frac{1.6 \text{ t/m}^3}{2.7 \text{ t/m}^3}\right) = 2.01 \text{ t/m}^3$$

Finalmente, el peso específico sumergido será

$$\gamma_{sum} = \gamma_{sat} - \gamma_w = 2.01 \text{ t/m}^3 - 1.00 \text{ t/m}^3 = 1.01 \text{ t/m}^3$$

Por lo que el gradiente crítico será 1.01, menor que el real, y consecuentemente habrá problemas de sifonamiento.

- b) En este apartado se debe determinar el espesor de la capa de material drenante que se colocará aguas abajo de la presa para evitar el sifonamiento del terreno. Se tendrá la geometría que se muestra en la figura 4.2.

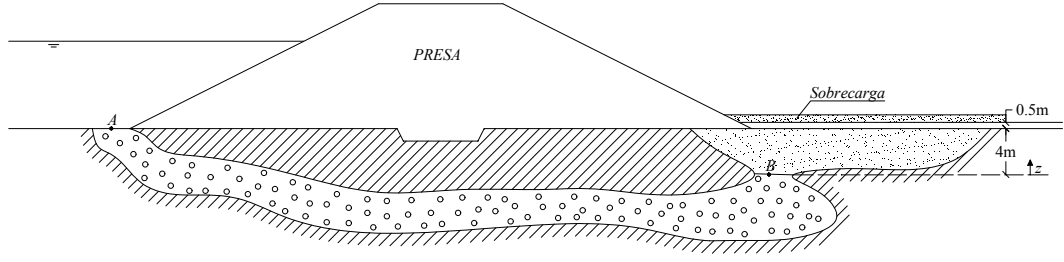


Fig. 4.2 Esquema de la presa

Suponiendo que el espesor necesario de capa drenante sea superior a 0.5 m, el mismo incluirá tanto la parte superior seca (D_1 , por encima de 0.5 m) con un peso específico γ^D_d de 1.9 t/m^3 , como la parte inferior saturada ($D_2=0.5 \text{ m}$, suponiendo que esta altura de agua no varía significativamente con la colocación del material; ver figura 4.3), cuyo peso específico será, de acuerdo con la expresión utilizada en el apartado anterior:

$$\gamma^D_{sat} = 1.9 \text{ t/m}^3 + 1 \text{ t/m}^3 \left(1 - \frac{1.9 \text{ t/m}^3}{2.7 \text{ t/m}^3}\right) = 2.2 \text{ t/m}^3$$

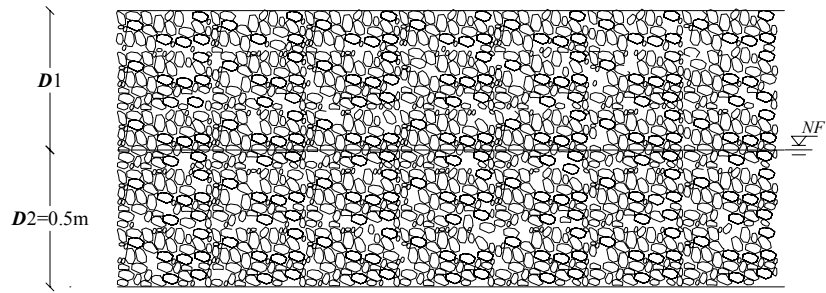


Fig. 4.3 Esquema de la disposición del material drenante

En la zona de terreno aguas abajo de la presa, con flujo de agua sensiblemente unidimensional vertical, y suponiendo que el material drenante es suficientemente permeable y que en él no hay ya flujo vertical, las leyes de tensiones serán las siguientes

$$\begin{aligned}\sigma_z &= D_1 \cdot \gamma^D_d + D_2 \cdot \gamma^D_{sat} + \gamma_{sat}(H - z) \\ p_w &= \gamma_w \cdot D_2 + \gamma_w \cdot (1 + i)(H - z) \\ \sigma'_z &= D_1 \cdot \gamma^D_d + D_2 \cdot (\gamma^D_{sat} - \gamma_w) + (\gamma_{sat} - (1 + i) \cdot \gamma_w) \cdot (H - z) \\ \sigma'_z &= D_1 \cdot \gamma^D_d + D_2 \cdot \gamma^D_{sum} + \gamma' \cdot (H - z)\end{aligned}$$

donde H es la profundidad del origen de coordenadas (en este caso 4 m). Para asegurar que no se producirá sifonamiento, se deberá cumplir que en el punto más desfavorable (punto de contacto entre los estratos de grava y arena; ver figura 4.4) la tensión efectiva es positiva

$$\begin{aligned}\sigma'_z &= D_1 \cdot \gamma^D_d + D_2 \cdot \gamma^D_{sum} + \gamma' \cdot (H - z) \geq 0 \\ D_1 &\geq \frac{\gamma' \cdot (z - H) - D_2 \cdot \gamma^D_{sum}}{\gamma^D_d}\end{aligned}$$

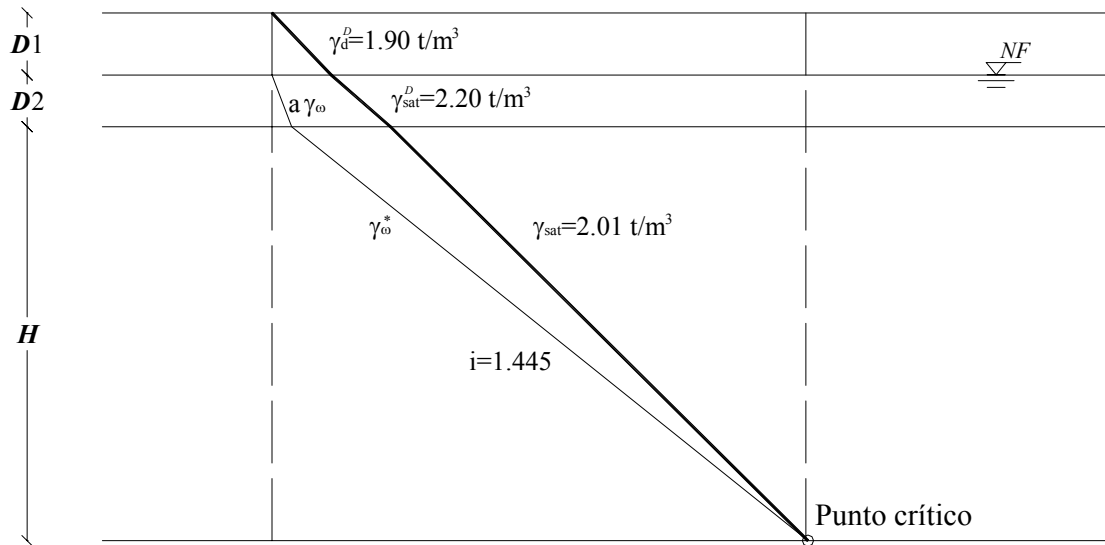


Fig. 4.4 Leyes de presiones verticales e intersticiales en la capa de arenas

Sustituyendo $z=0$ en la expresión anterior e introduciendo los valores de las variables se obtiene

$$D_1 \geq \frac{(2.01 \text{ t/m}^3 - (1 + 1.445) \cdot 1 \text{ t/m}^3) \cdot (0 \text{ m} - 4) - 0.5 \text{ m} \cdot (2.2 \text{ t/m}^3 - 1 \text{ t/m}^3)}{1.9 \text{ t/m}^3} = 0.6 \text{ m}$$

Y la altura total de material filtrante deberá ser

$$D = D_1 + D_2 \geq 0.6 \text{ m} + 0.5 \text{ m} = 1.1 \text{ m}$$

Una altura de 1.1 m corresponde a un factor de seguridad 1, que es muy arriesgado. En la práctica se debe aplicar un factor de seguridad superior, que puede calcularse como cociente entre la tensión vertical total y la presión intersticial en el punto más desfavorable (contacto entre las gravas y las arenas).

Finalmente, de acuerdo con el enunciado, falta calcular el caudal filtrado. Por continuidad, el cálculo se puede realizar en cualquier sección de la capa de gravas y de arenas, y en particular en ésta última en el contacto con la primera. Aplicando la ley de Darcy se tendrá, por metro de profundidad:

$$Q = -K_s \frac{\Delta h_s}{l_s} e_s = -10^{-4} \text{ m/s} \cdot (-1.445) \cdot 3 \text{ m} = 0.43 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{s}$$

EJERCICIO 5. Flujo hacia una excavación sostenida mediante pantallas

La construcción de los sótanos de un edificio comercial exige excavar por debajo del nivel freático en un terreno con el perfil tipo indicado en la figura 5.1. La excavación se protege con muros pantalla que alcanzan el estrato de gravas. El nivel freático señalado es el máximo previsible.

- a) Obtener el factor de seguridad frente a levantamiento de fondo en el punto más desfavorable cuando el plano de excavación se encuentra a una profundidad d . Obtener el valor de d para el cual dicho factor de seguridad es de 1.2.
- b) Calcular el caudal que se filtra por unidad de área en la zona central de la excavación, donde se puede suponer flujo unidimensional, en función de la distancia d . Se supone que el plano de excavación no se inunda. Particularizar para el valor concreto de d obtenido en el apartado anterior.
- c) Suponer que las bombas disponibles sólo pueden eliminar la mitad del caudal calculado en el apartado anterior. En ese caso, estimar la altura de agua que puede acumularse en el fondo de la excavación, en condiciones estacionarias.

Suponer que la propiedad exige diseñar dos sótanos y llegar a un plano de excavación $d = 6$ m por debajo de la superficie de la calle. Para resolver el problema planteado por el desequilibrio de niveles de agua en el terreno se decide estudiar varias alternativas.

- d) Considerar en primer lugar la ejecución de una losa inferior de hormigón teóricamente impermeable, de 25 cm de espesor, encima del plano de excavación indicado.
 - d1) Calcular la subpresión ejercida sobre dicha losa por el agua, y la fuerza total por unidad de longitud en sentido perpendicular al dibujo.
 - d2) Si en la práctica la losa deja filtrar agua, suponiendo que tiene una permeabilidad de 10^{-9} m/s, obtener el caudal que llegaría al sótano por unidad de área y la subpresión ejercida sobre la losa. Suponer que se dispone de bombas capaces de evitar la acumulación de agua en el sótano.
 - d3) Si las bombas quedan parcialmente fuera de servicio y sólo eliminan la mitad del caudal antes calculado, estimar la altura de sótano que queda inundada en condiciones estacionarias. ¿Qué altura de sótano quedará inundada en condiciones estacionarias, si las bombas quedan totalmente fuera de servicio?
 - d4) Indicar las ventajas e inconvenientes de este diseño.
- e) Considerar en segundo lugar que se dispone de equipos de inyección de lechada de cemento en el terreno (en el estrato de gravas) que puede disminuir la permeabilidad del mismo hasta 10^{-8} m/s. En este diseño no se construye una losa en la base (suponer los pesos específicos iguales a 1.9 t/m³).
 - e1) Estimar el espesor de terreno que se deberá tratar y su posición en el perfil estratigráfico para cumplir la condición de factor de seguridad igual a 1.2 frente a levantamiento de fondo.
 - e2) Obtener el caudal que se filtra hacia la excavación por unidad de área. Suponer que las bombas existentes son capaces de evitar la acumulación de agua.
 - e3) Si las bombas quedan parcialmente fuera de servicio y sólo eliminan la mitad del caudal antes calculado, estimar la altura de sótano que queda inundada en condiciones estacionarias. ¿Qué altura de sótano quedará inundada en condiciones estacionarias, si las bombas quedan totalmente fuera de servicio?
 - e4) Indicar las ventajas e inconvenientes de este diseño y compararlas con el anterior.

Hacer las hipótesis que se crean necesarias y justificarlas en cada caso.

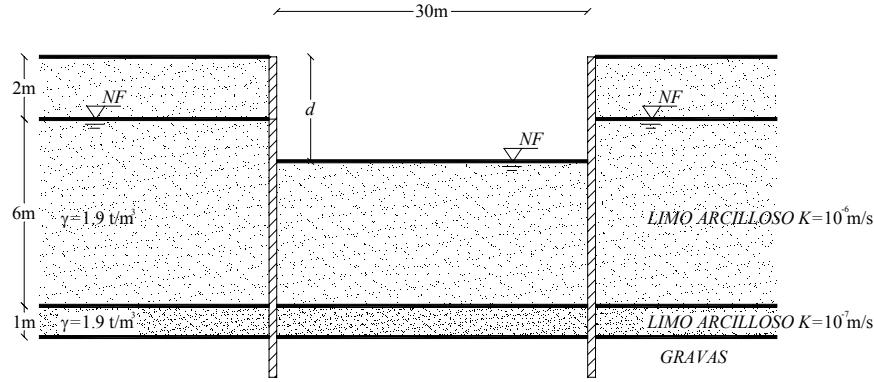


Fig. 5.1 Esquema de la construcción

- a) El factor de seguridad puede definirse como la relación entre la tensión total y la presión intersticial en el punto más desfavorable. En primer lugar será necesario identificar cuál es dicho punto. Según el enunciado, se dispone de una capa de gravas sobre la que se encuentra un estrato de 1 m de potencia de limos arcillosos con permeabilidad $K = 10^{-7}$ m/s y un estrato de 8 m de potencia también de limos arcillosos, pero con una permeabilidad mayor ($K = 10^{-6}$ m/s).

Si se supone que la capa de gravas está conectada hidráulicamente con el nivel freático general, la altura piezométrica en el punto de contacto de las gravas con la capa de limos arcillosos más impermeable será prácticamente invariable. En cambio, en la superficie de la excavación, si se bombea el agua infiltrada, la altura piezométrica irá disminuyendo a medida que se vaya profundizando ($h=z$, ya que $p_w=0$), lo que dará lugar a la ley de presiones intersticiales indicada en la figura 5.2, en la que se ha tenido en cuenta que la permeabilidad del limo arcilloso superior es mayor que la del inferior (pérdida de carga más concentrada y pendiente de presiones intersticiales mayor en éste último). En la figura 5.2 se ha representado el caso crítico en el que el punto de contacto con la capa de gravas llega a sifonamiento ($\sigma' = 0$).

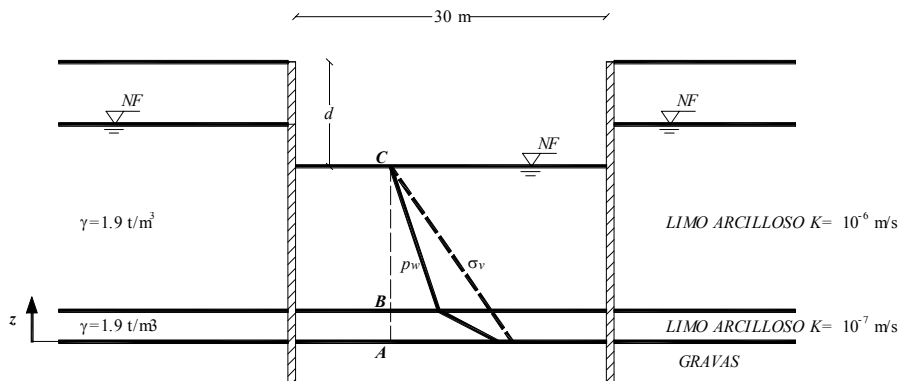


Fig. 5.2 Análisis del punto más desfavorable

De acuerdo con lo anterior, se tendrá en el punto A (se suponen pesos específicos secos y saturados similares, e iguales a los indicados en las figuras anteriores)

$$\sigma_A = \gamma_1 \cdot (8 - d) + \gamma_2 \cdot 1 \text{ m} = 1.9 \text{ t/m}^3 \cdot (8 \text{ m} - d) + 1.9 \text{ t/m}^3 \cdot 1 \text{ m}$$

$$p_{wA} = \gamma_w \cdot (6 + 1) = 1 \text{ t/m}^3 \cdot 7 \text{ m} = 7 \text{ t/m}^2$$

donde γ_1 y γ_2 son los pesos específicos de los estratos limoarcillosos superior e inferior respectivamente. Sustituyendo en la expresión del factor de seguridad:

$$FS = \frac{\sigma_A}{p_{wA}} = \frac{1.9 \cdot (9 - d)}{7} = 2.44 - 0.27 \cdot d$$

Si el factor de seguridad es 1.2, se obtiene $d = 4.58$ m.

- b) Para el cálculo del caudal que se filtra se utilizará la ley de Darcy teniendo en cuenta que se trata de un terreno compuesto por dos estratos horizontales y flujo ortogonal a los mismos:

$$q = -K_{eq} \frac{\Delta h}{\Delta z} = -K_{eq} \frac{h_C - h_A}{z_C - z_A}$$

Donde se ha supuesto que el flujo es ascendente (de A a C). La permeabilidad equivalente para el caso de este terreno estratificado se puede calcular como

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{9\text{m} - d}{\frac{8\text{m} - d}{10^{-6}\text{m/s}} + \frac{1\text{m}}{10^{-7}\text{m/s}}} = \frac{9\text{m} - d}{18\text{m} - d} \cdot 10^{-6}\text{m/s}$$

Por lo tanto, el caudal filtrado por unidad de área será

$$q = -K_{eq} \frac{\Delta h}{\Delta z} = -K_{eq} \frac{h_C - h_A}{z_C - z_A} = -\frac{9 - d}{18 - d} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(9 - d) - 7}{(9 - d) - 0} = \frac{d - 2}{18 - d} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{s}$$

Sustituyendo el valor de $d = 4.58$ m obtenido anteriormente, se tiene

$$K_{eq} = \frac{9 - 4.58}{18 - 4.58} \cdot 10^{-6} \text{ m/s} = 3.29 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$$

$$q = \frac{4.58 - 2}{18 - 4.58} \cdot 10^{-6} = 1.92 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{s}$$

- c) En este apartado se debe calcular la altura de agua que puede acumularse en el fondo de la excavación, haciendo la hipótesis de que las bombas sólo pueden eliminar la mitad del caudal filtrado, es decir

$$q^* = \frac{1}{2} q = 9.61 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$$

La resolución puede hacerse imponiendo continuidad en los dos estratos limoarcillosos o, de forma más rápida en este caso, utilizando la permeabilidad equivalente del conjunto de ambos estratos anteriormente calculada:

$$q^* = -K_{eq} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta z} = -K_{eq} \frac{h_C - h_A}{z_C - z_A} = -3.29 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{h_C - 7}{(9 - 4.58) - 0} = 9.61 \cdot 10^{-8}$$

De donde se obtiene $h_C = 5.71$ m. Una vez calculada la altura piezométrica en el punto C, puede obtenerse lo que pide el enunciado:

$$h_C = z_C + \frac{p_{wC}}{\gamma_w} = (9\text{m} - 4.58\text{m}) + \frac{p_{wC}}{1.0\text{ t/m}^3} = 5.71\text{m}$$

Despejando se obtiene $p_{wC} = 1.29 \text{ t/m}^2$, con lo que la altura de agua que puede acumularse en el fondo de la excavación es de

$$h_w = 1.29\text{m}$$

A medida que se va inundando la excavación, va disminuyendo el gradiente hidráulico y, consecuentemente, el caudal filtrado. Cuando el agua ha alcanzado una altura de 1.29 m se llega a equilibrio y ya no asciende más (el agua que se filtra puede ya bombearse).

- d) A partir de este apartado se debe llegar a una profundidad de excavación de 6 m, tomando medidas para evitar el sifonamiento del terreno. La primera solución propuesta consiste en la construcción de una losa de hormigón, en principio impermeable, de 25 cm de espesor en el fondo de la excavación (figura 5.3).
- d1) Si se considera que la losa de hormigón es impermeable, y por lo tanto no hay flujo de agua, la subpresión bajo la misma coincidirá con la presión hidrostática existente en dicho punto, es decir, en este caso, 4 t/m^2 .

La fuerza debida a la subpresión por unidad de profundidad será

$$F = 4 \text{ t/m}^2 \cdot 30 \text{ m} = 120 \text{ t/m}$$

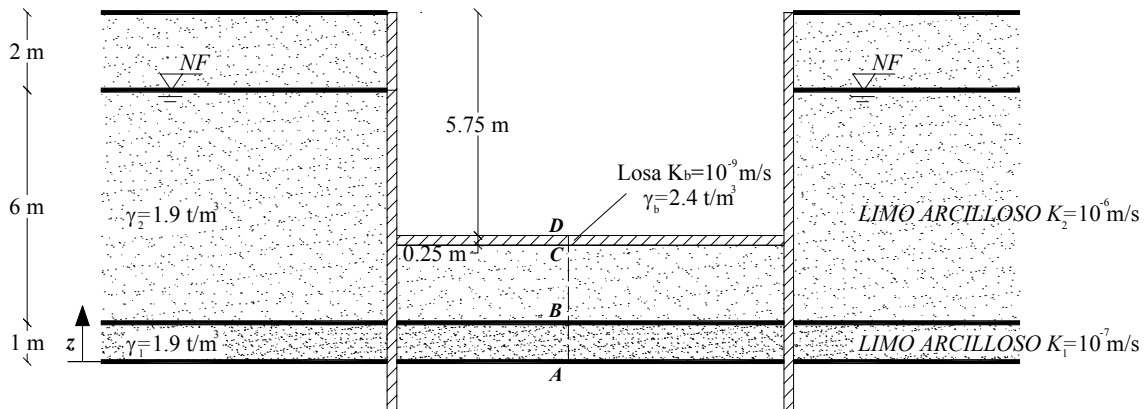


Fig. 5.3 Esquema de la losa impermeable

- d2) Se considera ahora que la losa de hormigón sí deja pasar el agua con una permeabilidad $K_b = 10^{-9} \text{ m/s}$.

El procedimiento que se debe seguir para calcular el caudal filtrado es el mismo que en el apartado b), pero teniendo en cuenta que la permeabilidad equivalente ha variado al introducir la losa de hormigón y variar el espesor del estrato limoarcilloso superior:

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{0.25 + 2 + 1}{\frac{0.25}{10^{-9}} + \frac{2}{10^{-6}} + \frac{1}{10^{-7}}} = 1.24 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$$

Sustituyendo en la ley de Darcy:

$$q = -K_{eq} \frac{h_D - h_A}{z_D - z_A}$$

donde

$$h_A = z_A + \frac{p_{wA}}{\gamma_w} = 0 \text{ m} + \frac{7 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = 7 \text{ m}$$

$$h_D = z_D + \frac{p_{wD}}{\gamma_w} = (1 + 2 + 0.25) \text{ m} + \frac{0 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = 3.25 \text{ m}$$

por lo que queda

$$q = -1.24 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \cdot \frac{3.25 \text{ m} - 7 \text{ m}}{3.25 \text{ m} - 0 \text{ m}} = 1.43 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{s}$$

Para obtener la subpresión, como por continuidad el caudal vertical es el mismo en todos los estratos, se puede plantear

$$q = -K_b \frac{h_D - h_C}{z_D - z_C} = -10^{-9} \text{ m/s} \cdot \frac{3.25 \text{ m} - h_C}{3.25 \text{ m} - 3 \text{ m}} = 1.43 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$$

al despejar se obtiene

$$h_C = 6.83 \text{ m} = 3 \text{ m} + \frac{p_w}{\gamma_w}$$

$$p_w = 3.83 \text{ t/m}^2$$

que es algo menor, como era de esperar, que la obtenida en el apartado anterior.

- d3) Este apartado se puede resolver de forma análoga al c) ya que también se ha calculado la permeabilidad equivalente de los tres estratos que hay en este caso. Sin embargo, y aunque es ligeramente más largo, se va a hacer alternativamente imponiendo continuidad en el contacto entre los estratos, lo cual proporciona, adicionalmente, la variación de la altura piezométrica en los mismos. Se sabe que las bombas sólo pueden eliminar la mitad del caudal anterior, es decir, $q^* = 7.16 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$ y que $q^* = q_i$. Por lo tanto

$$q^*_2 = 7.16 \cdot 10^{-9} \text{ m/s} = -10^{-7} \cdot \frac{h_B - 7}{1 - 0} \Rightarrow h_B = 6.93 \text{ m}$$

$$q^*_1 = 7.16 \cdot 10^{-9} \text{ m/s} = -10^{-6} \cdot \frac{h_C - h_B}{3 - 1} \Rightarrow h_C = 6.91 \text{ m}$$

$$q^*_b = 7.16 \cdot 10^{-9} \text{ m/s} = -10^{-9} \cdot \frac{h_D - h_C}{3.25 - 3} \Rightarrow h_D = 5.125 \text{ m}$$

Utilizando la definición de altura piezométrica se tendrá que

$$h_D = 3.25 \text{ m} + \frac{p_{wD}}{\gamma_w} = 5.125 \text{ m}$$

$$p_{wD} = 1.875 \text{ t/m}^2 \Rightarrow h_w = 1.875 \text{ m}$$

Finalmente, si las bombas quedan totalmente fuera de servicio, el agua tenderá a ascender hasta alcanzar en condiciones estacionarias el nivel freático del trasdós de las pantallas.

- d4) Este procedimiento es simple de realizar y aporta una notable impermeabilidad al fondo de la excavación, aunque siempre será necesario bombear el agua que se infiltre. Sin embargo, tiene el inconveniente fundamental de que las presiones intersticiales en el terreno prácticamente no se reducen y la subpresión bajo la losa resulta muy alta. Para poder comprobar este hecho no hay más que comparar las subpresiones obtenidas en los apartados anteriores (4 t/m^2 y 3.83 t/m^2) con el peso de la losa por unidad de superficie ($0.25 \text{ m} \cdot 2.4 \text{ t/m}^3 = 0.6 \text{ t/m}^2$), lo cual nos indica que se producirá sifonamiento bajo la misma, y que la losa sufrirá un levantamiento y rotura. Para evitarlo sería necesaria la adopción de medidas específicas como incrementar su peso (que resultaría completamente desmesurado) o anclar la losa, aunque probablemente lo mejor es buscar otro tipo de alternativas.
- e) En este apartado se propone la realización de inyecciones en el terreno para disminuir su permeabilidad, lo cual debe permitir evitar problemas de sifonamiento. De acuerdo con el enunciado, la zona de terreno inyectada pasará a tener una permeabilidad de 10^{-8} m/s , independientemente del estrato en el que se haga, lo cual no deja de ser una hipótesis,

aunque puede ser razonable. Para reducir el riesgo de sifonamiento lo mejor es disminuir las presiones de agua a la máxima profundidad razonable. En este caso lo lógico es hacerlo en la capa de gravas, justo debajo del estrato inferior limoarcilloso, donde, además, el efecto de impermeabilización de la inyección es mayor (la grava pasará de ser muy permeable a ser muy impermeable).

e1) La figura 5.4 muestra un esquema de la inyección de lechada en el terreno.

El punto más crítico para el sifonamiento, de forma análoga a lo indicado en apartados anteriores, es el punto inferior de la zona inyectada. En este punto (E) se tendrá

$$\sigma_{zE} = 2\text{ m} \cdot 1.9\text{ t/m}^3 + 1\text{ m} \cdot 1.9\text{ t/m}^3 + e \cdot 1.9\text{ t/m}^3$$

$$p_{wE} = 7 + e \text{ (diferencia de cotas entre el punto y el nivel freático)}$$

Imponiendo que el factor de seguridad sea 1.2, se tiene

$$FS = 1.2 = \frac{1.9 \cdot (3 + e)}{7 + e}$$

De donde

$$e = 3.86\text{ m}$$

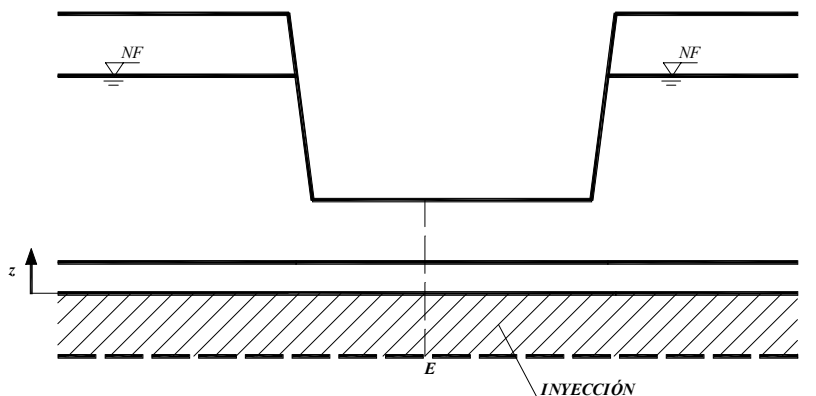


Fig. 5.4 Esquema de la inyección de lechada

e2) En este último apartado se puede utilizar de nuevo la permeabilidad equivalente del conjunto de estratos, que deberá recalcularse previamente:

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{2 + 1 + e}{\frac{2}{10^{-6}} + \frac{1}{10^{-7}} + \frac{e}{10^{-8}}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$$

Por lo tanto el caudal filtrado será

$$q = -1.72 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \cdot \frac{(2 + 1 + e) - (7 + e)}{2 + 1 + e} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{s}$$

e3) Volveremos a hacer lo mismo que en el apartado c). Sabemos que las bombas sólo eliminan la mitad del caudal calculado anteriormente ($q^* = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$). Por lo tanto:

$$q^* = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} = -K_{eq} \frac{h_C - h_E}{z_C - z_E} = -1.72 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \cdot \frac{h_C - (7 + e)}{2 + 1 + e}$$

$$h_C = 8.87 \text{ m}$$

Introduciendo la definición de altura piezométrica se tiene que

$$h_C = (3 + e) + \frac{p_{wC}}{\gamma_w} = 8.87 \text{ m}$$

$$p_{wD} = 2.01 \text{ t/m}^2 \Rightarrow h_w \approx 2 \text{ m}$$

Finalmente, y como en el caso anterior, si las bombas quedan totalmente fuera de servicio, el agua tenderá a ascender hasta alcanzar en condiciones estacionarias el nivel freático del trasdós de las pantallas.

- e4) Este procedimiento es algo más complejo de realizar, pero resulta mucho más efectivo que el anterior, ya que se reducen las presiones intersticiales en profundidad y se evita el sifonamiento, como se ha podido comprobar en los cálculos previos.

EJERCICIO 6: Consolidación del terreno y flujo hacia una excavación

En un estrato de limo-arcilloso horizontal ($E_m^{carga}=200 \text{ t/m}^2$, $E_m^{elástico}=2000 \text{ t/m}^2$, $K=10^{-5} \text{ cm/s}$, $\gamma_n=2 \text{ t/m}^3$) de 10 m de potencia con el nivel freático en superficie, apoyado sobre una arena muy permeable, se quiere excavar un depósito de 100 m de longitud, 40 m de anchura y 4 m de profundidad con objeto de almacenar chatarra prensada ($\gamma_s=3 \text{ t/m}^3$) para su recuperación y posterior reutilización en la fabricación de acero (ver figura). Está previsto que este depósito esté apoyado en una losa de hormigón armado ($K_b=10^{-7} \text{ cm/s}$, $\gamma_b=2.5 \text{ t/m}^3$) de 0.50 m de espesor (en total 4.5 m de profundidad de excavación) y esté limitado por unos muros laterales verticales de 0.40 m de espesor hasta la superficie del terreno, sobre los que se apoyará un puente grúa que permite manipular los materiales almacenados.

- a) Indicar las leyes de presiones intersticiales que se producirán bajo la excavación a lo largo del tiempo en los siguientes casos (considerar condiciones unidimensionales y una profundidad de excavación genérica h , con $h < 10 \text{ m}$):
 - a1) Antes de excavar.
 - a2) Tras excavar y con la excavación inundada (indicar la evolución en el tiempo diferenciando los casos de excavación muy lenta y de excavación muy rápida).
 - a3) Tras excavar lentamente y, con posterioridad, eliminar el agua de la excavación mediante bombeo (indicar la evolución en el tiempo diferenciando los casos de bombeo muy lento y de bombeo muy rápido).
 - a4) Tras excavar y habiendo mantenido la excavación seca mediante bombeo de agua durante la excavación (indicar la evolución en el tiempo diferenciando los casos de excavación muy lenta y de excavación muy rápida).
- b) Determinar la máxima profundidad a la que podría llegar la excavación sin que exista peligro de sifonamiento bajo la misma ($FS=1.1$), al alcanzarse el régimen estacionario de flujo tanto en el limo arcilloso como en la arena, así como el FS correspondiente a la excavación que se realizará. Suponer, como en el apartado anterior, condiciones unidimensionales, así como que el fondo de la excavación se mantiene continuamente seco mediante bombeo y que la excavación se realiza lentamente. ¿En qué punto se producen las condiciones más desfavorables? ¿Es más desfavorable frente al sifonamiento si la excavación se realiza con gran rapidez?
- c) Dibujar la red de flujo que se produce en el terreno alrededor de la excavación suponiendo que se han alcanzado las condiciones estacionarias y que a unos 100 m del borde de la excavación las alturas piezométricas del terreno prácticamente no varían (suponer que el fondo de la excavación se mantiene seco mediante bombeo y que no se ha construido todavía la losa de apoyo inferior ni los muros de contención laterales, así como que los taludes se pueden mantener verticales). Calcular el caudal que se ha de bombear en régimen estacionario obtenido tanto suponiendo condiciones unidimensionales como a partir de la red de flujo dibujada. ¿Cuánto varía el caudal infiltrado si ya se ha construido la losa inferior de apoyo? Se pueden considerar condiciones unidimensionales para el cálculo de este último caso.
- d) Como consecuencia de la excavación y del bombeo de agua en la misma, se producirán deformaciones en el terreno. Justificar si se tratará de compresiones o de hinchamientos, obtener el asiento final y determinar el tiempo para el que se habrá alcanzado el 95% de consolidación (suponer excavación rápida y bombeo de agua simultáneo, así como que no se ha construido la losa inferior de apoyo).
- e) Dado que el hormigón es de muy baja permeabilidad, lo cual interesa especialmente en este caso para evitar posibles fugas de agua con óxidos férricos, se puede suponer que prácticamente se recuperan los niveles piezométricos iniciales en el terreno una vez construida la losa inferior de apoyo y los muros laterales. Calcular el espesor de losa de

hormigón que sería necesaria para que, por peso propio, el depósito no flotase. Como solución alternativa se decide utilizar anclajes verticales manteniendo el espesor inicial de losa de hormigón. Determinar la fuerza que deberían garantizar dichos anclajes para que el dique no flotase con $FS=1.1$. Si los anclajes pueden trabajar a 20 t, determinar cuántos anclajes habría que disponer.

- f) La primera vez que se utiliza el almacén, se llena de chatarra hasta su máxima capacidad (hasta el borde del terreno). Para prever si habrá que reajustar los anclajes después de vaciar el depósito, se pide determinar el asiento máximo que se producirá a largo plazo, así como el grado de consolidación y asiento al cabo de 1 semana.
- g) Explicar por qué una cierta profundidad del terreno en superficie, tras la excavación, puede estar en rotura, y cómo se podría predecir dicha profundidad suponiendo, alternativamente, condiciones drenadas y condiciones no drenadas.

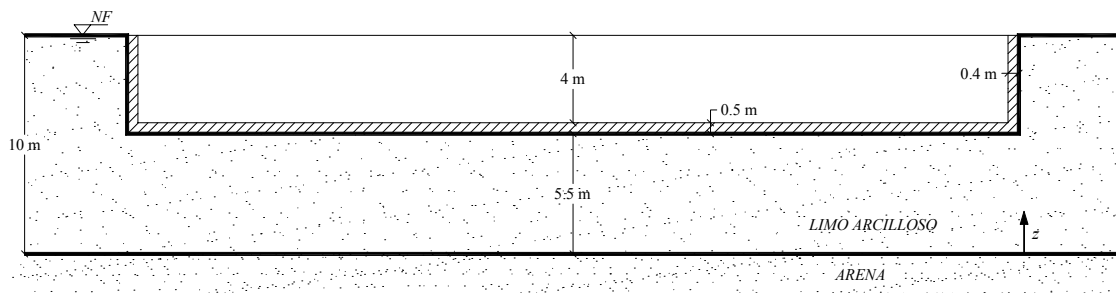
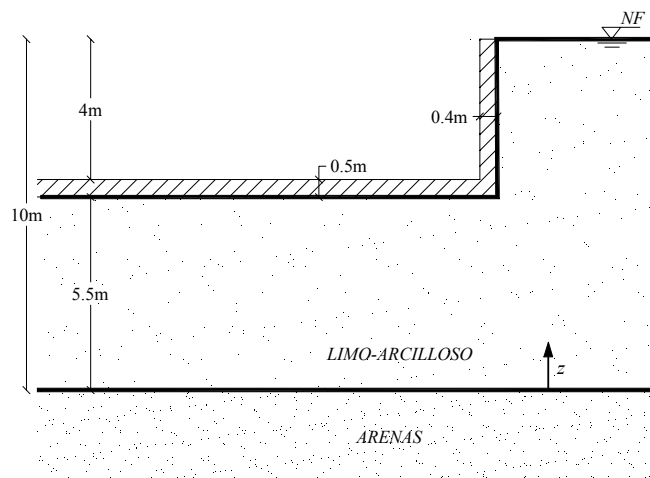


Fig. 6.1 Esquema del depósito a construir

- a) A continuación se indican las leyes de tensiones que se producirán bajo la excavación a lo largo tiempo en las diferentes situaciones solicitadas en el enunciado.
- a1) En la figura 6.2 se representan las leyes de tensiones verticales totales y presiones intersticiales antes de excavar.

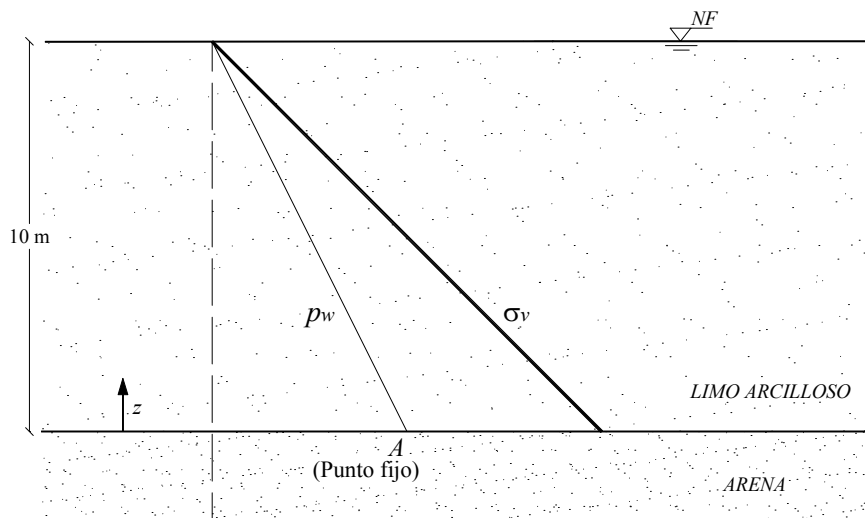


Fig. 6.2 Esquema de leyes de tensiones verticales totales y presiones intersticiales antes de excavar

Las leyes de tensiones verticales y presiones son

$$\sigma_v = \gamma_n(10 - z)$$

$$p_{w0} = \gamma_w(10 - z)$$

La ley de presiones intersticiales es hidrostática. En el punto A, correspondiente al contacto entre el limo arcilloso y la arena, la presión intersticial es siempre constante, ya que se supone que la capa de arena está conectada hidráulicamente con el nivel freático general y, por ser muy permeable, su presión intersticial no varía por la excavación.

- a2) En la figura 6.3 se representan las leyes de tensiones verticales totales y presiones intersticiales si la excavación se mantiene inundada y diferenciando los casos de excavación lenta y de excavación rápida. En la figura se indican las leyes de tensiones verticales totales inicial (σ_{v0} , antes de excavar) y final (σ_{vf} , tras la excavación), las leyes de presiones intersticiales inicial (p_{w0} , antes de excavar) y final (p_{wf} , tras la excavación), que son coincidentes, así como, en el caso de excavación rápida, la correspondiente a la finalización de la excavación y antes de que comiencen a disiparse las sobrepresiones intersticiales (p_{wi}), y algunas intermedias (p_{wj}). En el caso de excavación lenta las sobrepresiones intersticiales (aquí negativas) van disipándose simultáneamente con el avance de la excavación, por lo que las presiones intersticiales serán invariables.

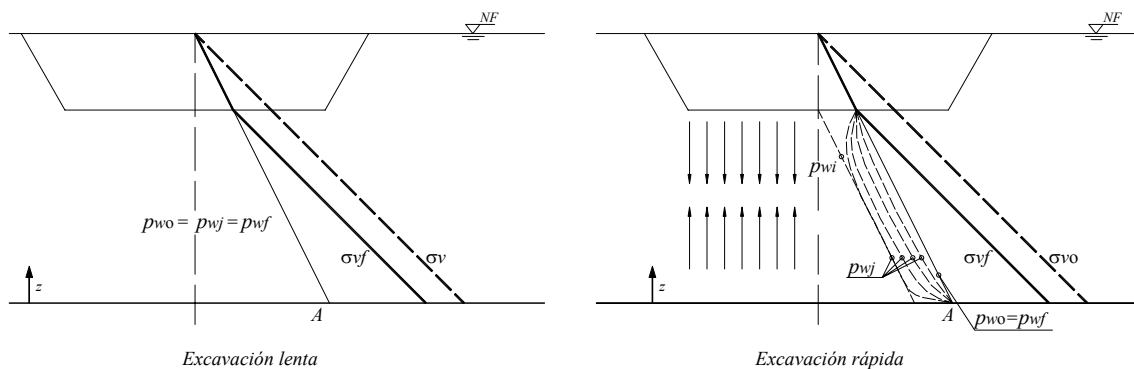


Fig. 6.3 Esquema de leyes de tensiones verticales y presiones intersticiales manteniendo la excavación inundada

Si se realiza la excavación lentamente, la ley de tensiones verticales totales en el terreno es

$$\sigma_v = \gamma_w h + \gamma_n (10 - h - z)$$

y la ley de presiones intersticiales es hidrostática a lo largo de todo el proceso de excavación.

Si se realiza una excavación rápida, se producirá una disminución de la tensión efectiva equivalente a $\gamma_{sum}h$ donde h es la profundidad de excavación correspondiente a un aumento de las presiones intersticiales que deberá disiparse progresivamente.

En todos los casos el terreno tenderá a hincharse, como en el caso de una descarga, al disminuir las tensiones efectivas (menor tensión total).

- a3) En la figura 6.4 se representan las leyes de presiones intersticiales si tras excavar lentamente (ver situación de partida en el caso anterior) se elimina con posterioridad el agua, diferenciando los casos de bombeo lento y bombeo rápido. La figura incluye las leyes de presiones intersticiales inicial (p_{w0} , antes de bombear), algunas intermedias (p_{wj}) y la final (p_{wf} , tras eliminar toda el agua, en el caso de bombeo lento, o a largo plazo en ambos casos). En conjunto, el terreno sufrirá un hinchamiento al haberse reducido las tensiones efectivas (menor tensión total).

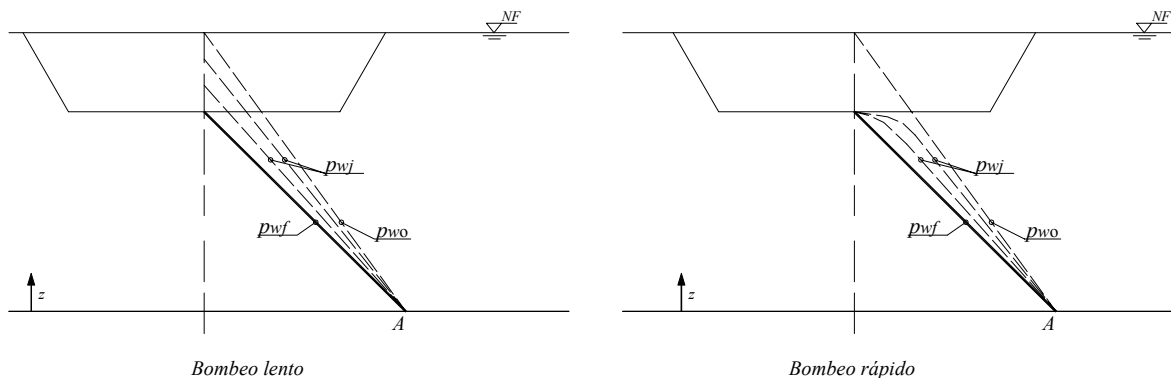


Fig.6.4 Esquema de leyes de presiones intersticiales al bombear el agua de la excavación

- a4) En la figura 6.5 se representan las leyes de presiones intersticiales si se mantiene continuamente seca la excavación, diferenciando los casos de excavación lenta y excavación rápida. La figura incluye las leyes de presiones intersticiales inicial (p_{w0} , antes de comenzar a excavar), algunas intermedias (p_{wj}) y la final (p_{wf} , tras finalizar la excavación, en el caso de realizarla lentamente, o a largo plazo en ambos casos), así como, en el caso de excavación rápida, la correspondiente a la finalización de la excavación y antes de que comiencen a disiparse las sobrepresiones intersticiales (p_{wi}).

En el caso de excavación rápida, se producirá una disminución de la tensión efectiva equivalente a $h\gamma_{sum}$ donde h es la profundidad de excavación correspondiente a un aumento de las presiones intersticiales que deberá disiparse progresivamente.

Como en los casos anteriores, el terreno tenderá en conjunto hincharse, al disminuir las tensiones efectivas (menor tensión total).

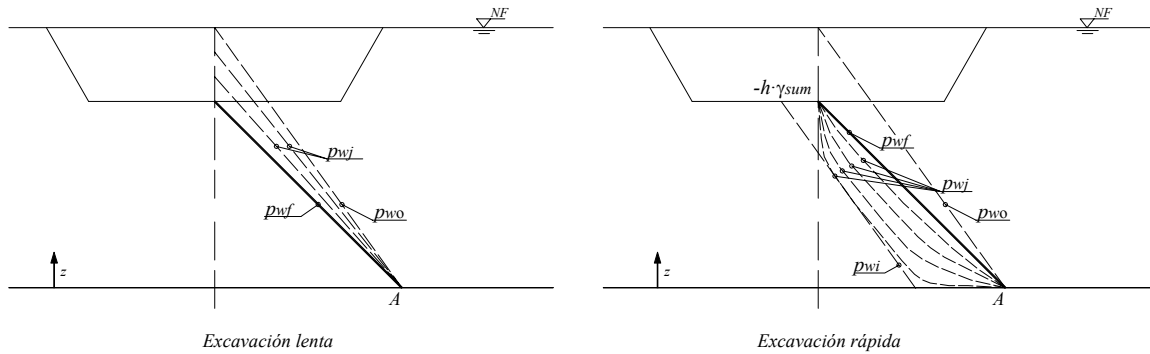


Fig.6.5 Esquema de leyes de presiones intersticiales manteniendo seca la excavación

- b) En la figura 6.6 se representan las leyes de tensiones verticales totales y presiones intersticiales en el caso planteado en el enunciado (excavación lenta y continuamente seca).

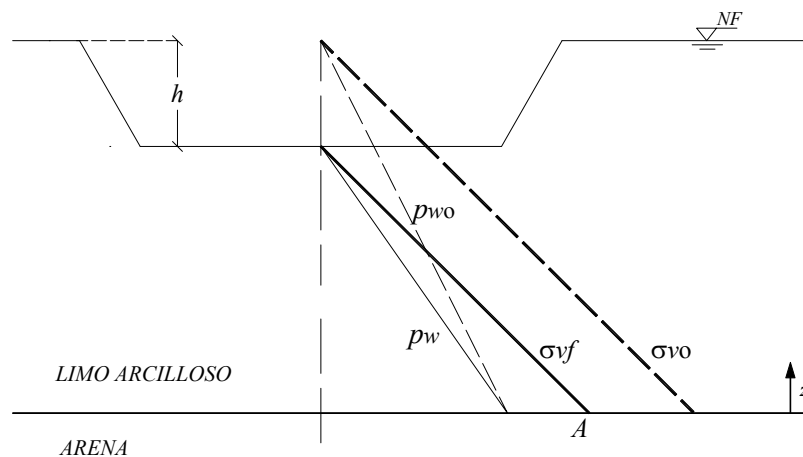


Fig.6.6 Esquema de leyes de tensiones verticales totales y presiones intersticiales bajo la excavación

La ley de presiones intersticiales tiene la forma $p_w = a + bz$ con las siguientes condiciones de contorno:

$$\left. \begin{array}{l} z = 0 \quad \rightarrow p_w = 10\gamma_w \text{ (punto A fijo)} \\ z = 10\text{m} - h \quad \rightarrow p_w = 0 \end{array} \right\} p_w = 10\gamma_w \left(1 - \frac{z}{10\text{m} - h}\right)$$

Como el punto A es fijo, a medida que avanza la excavación la pendiente de presiones intersticiales irá aumentando (ver la expresión anterior) mientras que la pendiente de las tensiones verticales totales se mantendrá constante, hasta que ambas coincidan y se produzca sifonamiento. En la situación de sifonamiento, en consecuencia, coincidirán la tensión vertical total y la presión intersticial en la capa de limo arcilloso y, en particular, en el punto A. Planteando el factor de seguridad genéricamente para un estrato de potencia H y una excavación de profundidad h se tiene

$$FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{\gamma_n(H - h - z)}{10\gamma_w \left(1 - \frac{z}{H - h}\right)} = \frac{\gamma_n(H - h - z)(10 - h)}{H\gamma_w(H - h - z)} = \frac{\gamma_n(H - h)}{\gamma_w H}$$

$$h = H \left(1 - FS \frac{\gamma_w}{\gamma_n}\right)$$

El resultado que se obtiene para $H=10$ m y $FS=1.1$ es que la excavación no debe sobrepasar los 4.5 m de profundidad.

En el caso de que la excavación se realizase con gran rapidez no se estaría ante una situación más desfavorable ya que las presiones intersticiales serían entonces menores.

c) En condiciones unidimensionales el caudal será

$$Q_T = \underbrace{-100\text{ m} \cdot 40\text{ m}}_{\text{Planta de la excavación}} \cdot K \cdot \frac{\Delta h_{tot}}{\Delta z}$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 = 0\text{ m}; p_{w1} = 10\text{ t/m}^2 \Rightarrow h_1 = 0 + \frac{10\text{ m}}{\gamma_w} = 10\text{ m} \\ z_2 = 5.5\text{ m}; p_{w2} = 0\text{ t/m}^2 \Rightarrow h_2 = 5.5 + \frac{0\text{ m}}{\gamma_w} = 5.5\text{ m} \end{aligned} \right\} \Delta h = -4.5\text{ m} \quad \Delta z = 5.5\text{ m}$$

$$Q_T = -100\text{ m} \cdot 40\text{ m} \cdot 10^{-7}\text{ m/s} \cdot \frac{-4.5\text{ m}}{5.5\text{ m}} = 28.28\text{ m}^3/\text{día}$$

Si se consideran condiciones bidimensionales puede resolverse el problema mediante el dibujo de la correspondiente red de flujo que, suponiendo que el terreno de la capa de limo arcilloso es homogéneo e isótropo, será ortogonal. Hay que indicar que, lógicamente, el problema es en realidad tridimensional, y se hace la hipótesis de analizarlo bidimensionalmente a través de la sección de 40 m de ancho, y suponiendo que en la dirección ortogonal hay suficiente longitud (100 m en este caso). Pueden hacerse varias hipótesis adicionales sobre el nivel freático fuera de la excavación, como se indica a continuación.

Caso I: Si fuera de la excavación no hay aportación de agua (por ejemplo de lluvia), el nivel freático se deprimirá en las cercanías de la misma. En la figura 6.7 se muestra la red de flujo aproximada en este caso, en la que se han impuesto las diferentes condiciones de contorno, la ortogonalidad de las líneas de corriente y equipotenciales y una relación de semejanza aproximada de 1 en los cuadriláteros curvilíneos de la red.

Con esta red de flujo el caudal filtrado será:

$$Q_T = 100\text{ m} \cdot K \cdot \Delta h_t \cdot \frac{n_\psi}{n_\phi} = 100\text{ m} \cdot 10^{-7}\text{ m/s} \cdot 4.5\text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 17}{4} = 33.05\text{ m}^3/\text{día}$$

n_ψ : Número de tubos (34)

n_ϕ : Número de saltos (4)

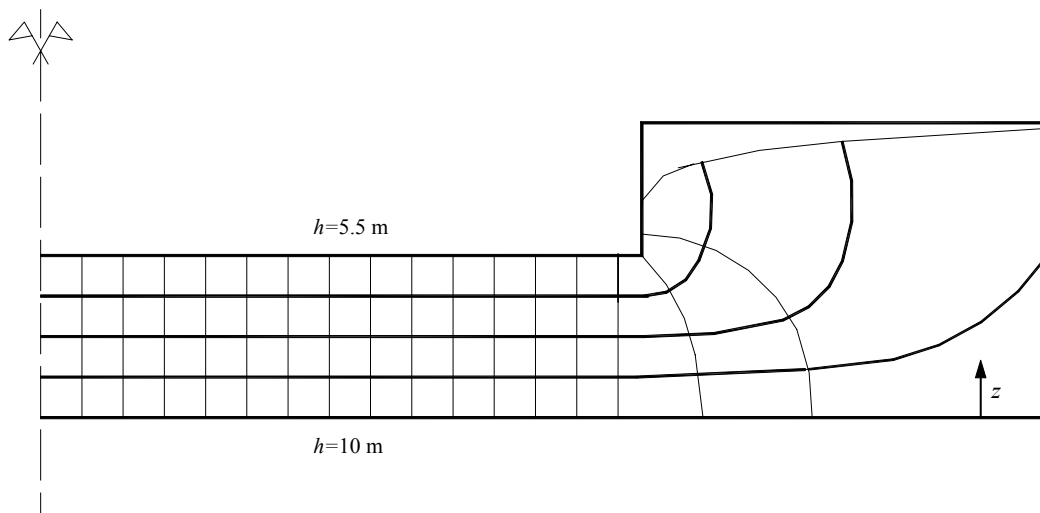


Fig. 6.7 Esquema de la red bidimensional de flujo en el caso I

Caso II: Si existe aportación de agua (por ejemplo de lluvia) y es suficientemente importante, puede suponerse que el nivel freático no se deprime y se mantiene en la superficie del terreno. En la figura 6.8 se muestra la red de flujo aproximada que se produciría en este caso, en la que, de nuevo, se han impuesto las diferentes condiciones de contorno, la ortogonalidad de las líneas de corriente y equipotenciales y una relación de semejanza aproximada de 1 en los cuadriláteros curvilíneos de la red.

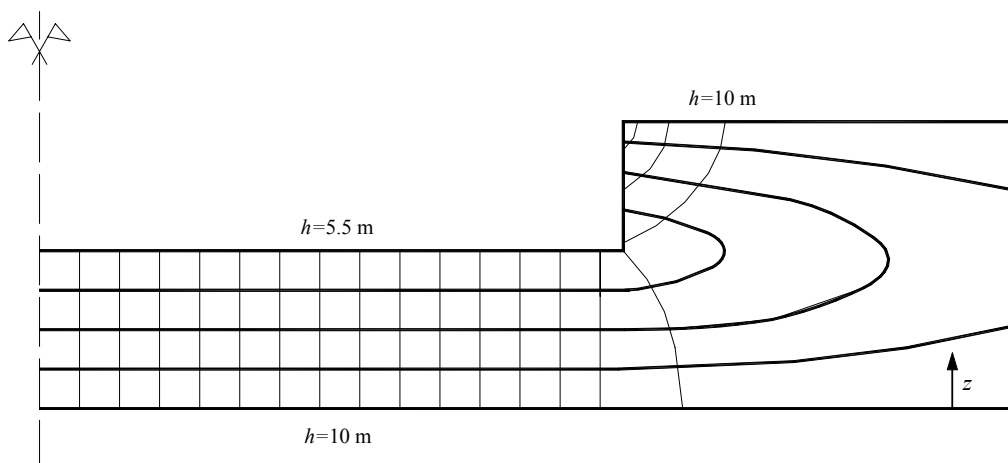


Fig. 6.8 Esquema de la red bidimensional de flujo en el caso II

El caudal filtrado resultante, de acuerdo con la red de flujo de la figura 6.8, será:

$$Q_T = 100 \text{ m} \cdot K \cdot \Delta h_t \cdot \frac{n_\psi}{n_\phi} = 100 \text{ m} \cdot 10^{-7} \text{ m/s} \cdot 4.5 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 18}{4} = 35.0 \text{ m}^3/\text{día}$$

n_ψ : Numero de tubos (36)

n_ϕ : Numero de saltos (4)

En el caso de que se haya construido la losa inferior puede calcularse el caudal filtrado en condiciones unidimensionales (como solicita el enunciado) utilizando la permeabilidad equivalente:

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{6}{\frac{5.5}{10^{-7}} + \frac{0.5}{10^{-9}}} = 1.08 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$$

$$Q_T = 100 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} \cdot 1.08 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \cdot \frac{4 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 2.50 \text{ m}^3/\text{día}$$

- d) La variación de tensión efectiva que se produce es negativa como consecuencia de la descarga (reducción de la tensión total) y del bombeo (disminución de la presión intersticial, pero en menor medida que la de la tensión total), por lo que las deformaciones que se producirán en el terreno serán de hinchamiento.

Para el cálculo del asiento final deberá utilizarse la variación de la tensión efectiva en los diferentes puntos del estrato. Como a largo plazo tanto la variación de las tensiones totales como la de las presiones intersticiales es lineal, la de las tensiones efectivas también lo será. Como a efectos del cálculo del asiento final lo que interesa es el área de tensiones efectivas que se disipa, será suficiente con analizar lo que ocurre en el punto medio del estrato, ya que al ser la variación lineal, el área se obtendrá a partir de la semisuma de bases por la altura, que serán, respectivamente, la variación en el punto medio del estrato y la potencia del mismo.

Inicialmente se tiene en el punto medio:

$$\sigma_0 = 7.25\gamma_n; p_{w0} = 7.25\gamma_w \rightarrow \sigma'_0 = 7.25\gamma_{\text{sum}} = 7.25 \text{ t/m}^2$$

Y tras realizar la excavación:

$$\sigma_f = 2.75\gamma_n; p_{wf} = \frac{0+10}{2}\gamma_w = 5\gamma_w \rightarrow \sigma'_f = 0.5 \text{ t/m}^2$$

Por lo tanto, se tiene un incremento de la presión efectiva de

$$\Delta\sigma' = -6.75 \text{ t/m}^2$$

Como se ha comentado, este incremento debe coincidir con la semisuma de los que se producen en los extremos del estrato, lo cual, aunque no es necesario, se comprueba a continuación

$$\sigma_0^{\text{sup}} = 4.5\gamma_n; p_{w0}^{\text{sup}} = 4.5\gamma_w \rightarrow \sigma'_0{}^{\text{sup}} = 4.5\gamma_{\text{sum}} = 4.5 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_f^{\text{sup}} = 0; p_{wf}^{\text{sup}} = 0 \rightarrow \sigma'_f{}^{\text{sup}} = 0 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma'^{\text{sup}} = -4.5 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_0^{\text{inf}} = 10\gamma_n; p_{w0}^{\text{inf}} = 10\gamma_w \rightarrow \sigma'_0{}^{\text{inf}} = 10\gamma_{\text{sum}} = 10 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_f^{\text{inf}} = 5.5\gamma_n; p_{wf}^{\text{inf}} = 10\gamma_w \rightarrow \sigma'_0{}^{\text{inf}} = 1 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma'^{\text{inf}} = -9 \text{ t/m}^2$$

Como se produce un hinchamiento, para el cálculo del asiento deberá utilizarse el módulo edométrico en descarga del terreno

$$s_f = \frac{\Delta\sigma'}{E_m^{\text{elástico}}} l = \frac{-6.75 \text{ t/m}^2}{2000 \text{ t/m}^2} 5.5 \text{ m} = -1.9 \text{ cm}$$

A continuación se calcula el tiempo para el que se habrá alcanzado el 95% de consolidación:

$$U = 0.95$$

$$U = 1 - \frac{8}{\pi} \left(\exp \left(-\frac{\pi^2}{4} T \right) \right) = 0.95 \rightarrow T_{95} = 1.13$$

Además, se sabe que

$$T_{95} = 1.13 = \frac{t_{95} c_v}{H^2}$$

$$\text{donde } c_v = \frac{KE_m^{\text{elástico}}}{\gamma_w}$$

Sustituyendo en las expresiones anteriores con H igual a la mitad de la potencia del estrato por ser posible el drenaje por ambos extremos del mismo anterior se obtiene

$$t_{95} = \frac{T_{95} H^2 \gamma_w}{KE_m^{\text{elástico}}} = \frac{1.13 \cdot \left(\frac{5.5 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 1 \text{ t/m}^3}{10^{-7} \text{ m/s} \cdot 2000 \text{ t/m}^2} = 0.5 \text{ días}$$

- e) Para determinar el espesor de la losa necesario que asegure que ésta no flota en ningún punto se utilizará la condición de sifonamiento, es decir, que se cumpla $\sigma' = 0$ bajo la misma. Para el cálculo se va a despreciar el peso de los muros laterales, por lo que el planteamiento será unidimensional, que corresponde a la condición más desfavorable.

En el punto de contacto de la losa de hormigón y el terreno se tiene que

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \gamma_b e \\ p_w = 4 + e \end{array} \right\} FS = \frac{\sigma}{p_w} = \frac{2.5e}{4 + e} = 1.1$$

Con lo cual, se obtiene un espesor de 3.14 m. Evidentemente no parece razonable construir una losa de hormigón de este espesor para evitar el sifonamiento mediante su propio peso, por lo que deben analizarse otras posibles soluciones, como la utilización de anclajes según sugiere el enunciado.

Si se disponen anclajes, la fuerza que tendrían que soportar con el espesor de losa del enunciado ($e=0.5$ m) sería

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \gamma_b e + f_{\text{anclajes}} \\ p_w = 4 + e = 4.5 \end{array} \right\} FS = 1.1 \rightarrow f_{\text{anclaje}} = 3.7 \text{ t/m}^2$$

$$F_{\text{tot}} = 3.7 \text{ t/m}^2 \cdot 100 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} = 14800 \text{ t}$$

donde f_{anclajes} es la presión media (distribuida en toda la losa) correspondiente a la acción del conjunto de anclajes. Si cada anclaje trabaja a 20 t, el número total de anclajes necesario será

$$N_{\text{anclajes}} = \frac{F_{\text{tot}}}{20 \text{ t/anclaje}} = 740 \text{ anclajes}$$

que corresponde a un anclaje cada 5.4 m² (2.33 m de distancia entre ellos).

- f) El asiento final resultará del asiento que se produce al realizar la excavación (hinchamiento inicial relativamente rápido, según se ha visto en el apartado d) anterior) y el asiento al cargar el depósito con chatarra. Para el cálculo se va a considerar que se han recuperado los niveles piezométricos iniciales.

Si se estudia el asiento en el punto de contacto de la losa con el terreno, se obtiene que el incremento de tensiones que sufre después de excavar el depósito y rellenarlo con chatarra (ver figura 6.9) es

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{excavación} &= 2 \text{ t/m}^3 \cdot (-4.5 \text{ m}) = -9.0 \text{ t/m}^2 \\ \Delta\sigma_{chatarra/losa} &= 3 \text{ t/m}^3 \cdot 4.0 \text{ m} + 2.5 \text{ t/m}^3 \cdot 0.5 \text{ m} = 13.25 \text{ t/m}^2 \end{aligned} \right\} \Delta\sigma_{final} = 4.25 \text{ t/m}^2$$

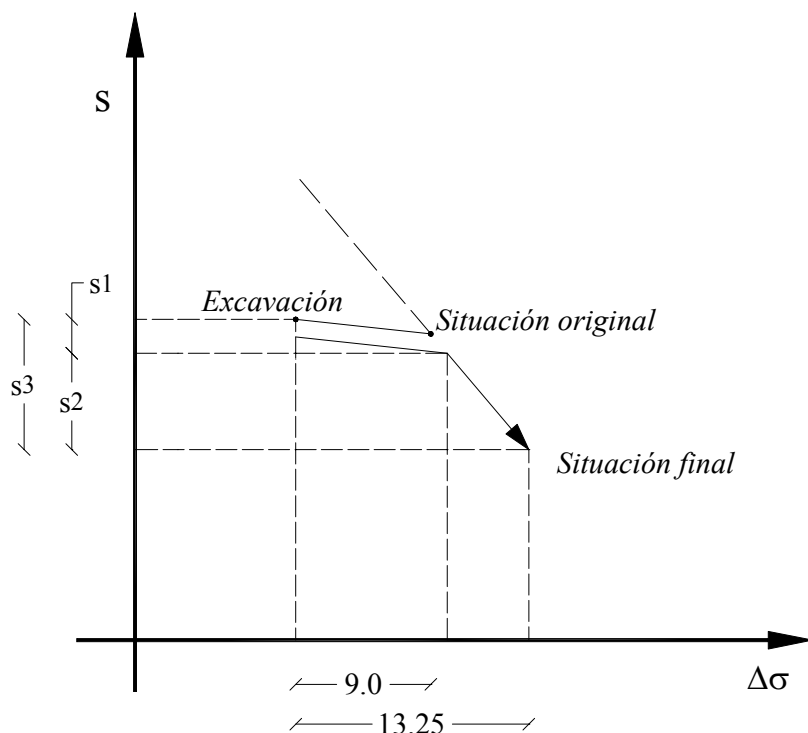


Fig. 6.9 Evolución del asiento con la trayectoria tensional seguida

Por lo tanto, teniendo en cuenta que el incremento de tensiones efectivas, una vez se hayan disipado todas las sobrepresiones intersticiales, coincidirá en este caso con el de tensiones totales, el asiento final que se producirá será:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\Delta\sigma'_{excavación}}{E_m^{descarga}} \cdot l = \frac{-9 \text{ t/m}^2}{2000 \text{ t/m}^2} \cdot 5.5 \text{ m} = -2.48 \text{ cm} \\ s_2 &= \frac{\Delta\sigma'_{carga}}{E_m^{carga}} \cdot l = \frac{4.25 \text{ t/m}^2}{200 \text{ t/m}^2} \cdot 5.5 \text{ m} = 11.7 \text{ cm} \\ s_3 &= 1.9 + 11.7 = 13.6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Se debe indicar que el primer asiento (s_1) incluye simultáneamente el correspondiente a la excavación manteniéndola seca mediante bombeo (-1.9 cm anteriormente calculado) y el correspondiente a la recuperación de los niveles piezométricos (el resto, también negativo por ser un aumento de las presiones intersticiales que reduce las tensiones efectivas).

Debido a que el proceso de carga del depósito incluye un tramo inicial de recarga y otro de carga noval (ver figura 6.9), no es en rigor posible utilizar las fórmulas habituales de la teoría de la consolidación unidimensional para el cálculo de la evolución de los asientos con el tiempo (E_m no es constante), y debería resolverse numéricamente. Pese a ello se utiliza a continuación la misma teoría para el cálculo del grado de consolidación y del asiento una semana después de haber llenado el depósito. En ambos casos la utilización aproximada de la teoría de la consolidación unidimensional con parámetros correspondientes a la rama noval

dará lugar a valores menores (evolución más lenta) que los que se obtendrían teniendo en cuenta que se parte de una rama de descarga y recarga.

$$s_t = U_t s_f$$

$$c_v = \frac{K}{\gamma_w} E_m^{carga} = \frac{10^{-7} \text{ m/s} \cdot 200 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Una vez obtenido el coeficiente de consolidación, se ha de calcular el tiempo adimensional T con objeto de hallar el grado de consolidación para esta situación:

$$T = \frac{t}{H^2} C_v = \frac{7 \text{ días} \cdot 8640 \text{ sg} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}{(5.5 \text{ m})^2} = 0.40$$

en donde se ha tomado para H la potencia completa del estrato, ya que en este caso sólo puede considerarse un borde drenante (el inferior) por ser el hormigón bastante más impermeable (ver figura 6.10). El grado de consolidación resultante es del 69.8%.

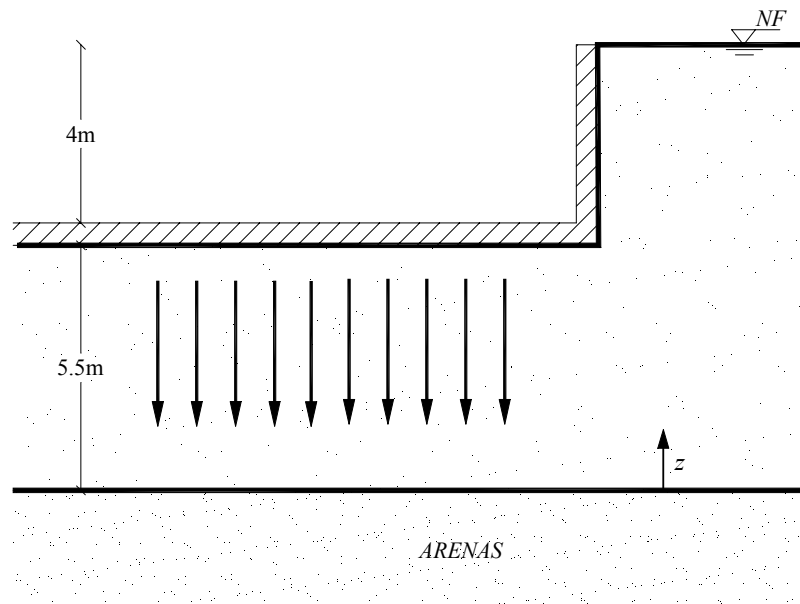


Fig.6.10 Esquema de drenaje en el limo arcilloso tras la construcción de la losa de hormigón

Por lo tanto, el asiento parcial a una semana, será

$$s_{1 \text{ semana}} = 0.698 \cdot 13.6 \text{ cm} = 9.5 \text{ cm}$$

Otra opción de cálculo sería considerar que la rama de recarga se recorre rápidamente y que el 69.8% del asiento corresponde al de la rama noval:

$$s_{1 \text{ semana}} = 2.48 \text{ cm} + 11.7 \text{ cm} \cdot 0.698 = 10.64 \text{ cm}$$

Estos dos resultados horquillan de hecho al real teniendo en cuenta los parámetros de la rama de recarga y de la noval.

- g) Por último, se pide explicar por qué una cierta profundidad del terreno en superficie, tras la excavación, podría estar en rotura. Esto es debido a que, al realizar la excavación, σ'_v disminuye en relación directa con la carga superior que se elimina, mientras que σ'_h , por el comportamiento que presentan los suelos, disminuye mucho más lentamente (en el límite puede considerarse que se mantiene casi constante, aunque no es estrictamente así). Si se

representa este proceso gráficamente suponiendo que σ'_h permanece constante (σ'_h constante y p_w constante; ver figura 6.11) se puede observar que si en el proceso de descarga σ'_v disminuye un cierto valor, que será el mismo a cualquier profundidad si el problema se plantea unidimensionalmente, los puntos más superficiales podrán estar sometidos a tensiones verticales significativamente bajas. En estas condiciones dichos puntos podrán estar en situación de rotura (círculo de Mohr representativo de su estado tensional tangente al criterio de rotura de Mohr-Coulomb). Lógicamente esta situación dejará de ser problemática a mayor profundidad, con confinamientos más altos.

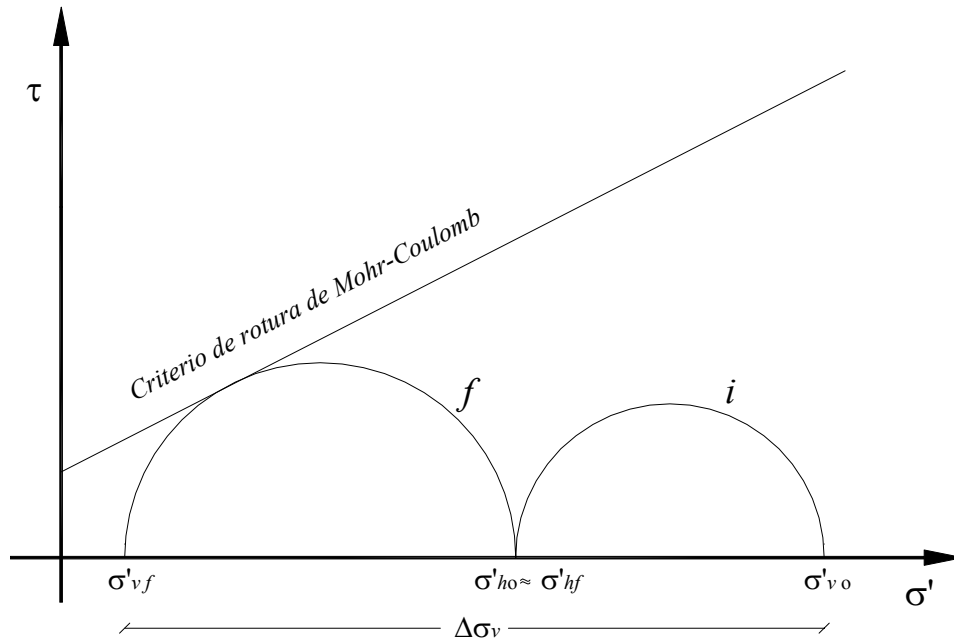


Fig. 6.11 Tendencia a rotura de las capas superficiales de la excavación

Para predecir de forma aproximada la zona de terreno que está en rotura deberá buscarse la profundidad para la que se cumple estrictamente el criterio de rotura de Mohr-Coulomb. Suponiendo que la losa de hormigón todavía no se ha instalado, la profundidad h^* hasta la cual el terreno estará en rotura tras excavar una profundidad h_e ($h^* > h_e$) suponiendo que las tensiones horizontales efectivas quedan congeladas en descarga y que el terreno tiene unos parámetros γ_n , K_0 , c' y ϕ' , se podrá obtener a partir del siguiente planteamiento:

$$\begin{aligned}\sigma_1' &= \sigma_h' = K_0 \sigma_{v0}' = K_0 \gamma_{sum} h^* \\ \sigma_3' &= \sigma_v' = \gamma_n (h^* - h_e) - p_w \\ \sigma_1' &= \sigma_3' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right)\end{aligned}$$

donde p_w deberá adaptarse a las condiciones drenadas o no drenadas según se considere (leyes correspondientes estimadas en los apartados iniciales del ejercicio).

EJERCICIO 7: Flujo en un terreno natural y acuífero de espesor variable

La figura adjunta muestra el esquema de un acuífero que conecta una laguna con un río. Este acuífero es de material arenoso ($K=10^{-2}$ cm/s) y se encuentra limitado inferiormente por una base impermeable. Superiamente existe un relleno arcilloso ($K/10000$) cuyos extremos están más elevados y actúan de barrera hidráulica. Según lo anterior, y con los niveles habituales en la laguna y en el río (inicialmente $H_1=10$ m y $H_2=2$ m), no es prácticamente posible la circulación de agua en superficie, y la descarga de la laguna hacia el río se produce únicamente de forma subterránea. En el fondo de la laguna existe una acumulación de arena gruesa de alta permeabilidad (100K).

- Dibujar la red de flujo para el acuífero representado en la figura, indicando las líneas equipotenciales y las líneas de corriente, y explicar qué significa que los elementos de la malla cambien de tamaño según qué zona se considere. A partir de la red de flujo, obtener y representar gráficamente la variación de nivel piezométrico con la distancia horizontal, y estudiar si esta variación de niveles es lineal.
- Discutir la necesidad o no de modificar la red de flujo obtenida si los niveles de la laguna y del río varían. Obtener la relación entre el caudal infiltrado y la diferencia de nivel. Explicar el método que se deberá seguir para obtener mayor precisión en los cálculos y cómo se verían afectados el caudal y los niveles al mejorar la red de flujo.
- En la hipótesis que el espesor del acuífero disminuyese linealmente entre la laguna y el río, se considerasen como puntos de cálculo los situados en la bisectriz de la zona de acuífero, y el nivel piezométrico fuera constante tanto en los puntos de la sección de entrada (ϕ_1) como en los de la de salida (ϕ_2), determinar la expresión analítica que proporciona el caudal y niveles en el acuífero. Comparar el resultado que se obtiene mediante esta relación con el procedente de la red de flujo.
- Indicar dónde tiene lugar la situación más desfavorable con respecto al sifonamiento, y la condición que debe cumplirse para que no se produzca. Determinar los niveles posibles entre la laguna y el río para que no haya sifonamiento y discutir si el sifonamiento depende de la diferencia de niveles (H_1-H_2) o del valor absoluto de los mismos.
- Determinar el punto o zona donde se podría perforar un pozo para que fuera artesiano, y estimar la máxima elevación de la surgencia con respecto a la cota del terreno, adoptando para ello los niveles iniciales tanto de la laguna como del río.
- En este primer apartado se debe dibujar la red de flujo del acuífero de la figura 7.1 a través de las correspondientes líneas de corriente y equipotenciales. Como puede suponerse que se trata de un terreno homogéneo e isótropo, la red de flujo será ortogonal (las líneas de corriente y equipotenciales serán perpendiculares en sus puntos de intersección). Adicionalmente se procurará que los cuadriláteros curvilíneos de la red sean aproximadamente semejantes entre sí, con objeto de facilitar los cálculos posteriores. Por facilidad se ha escogido una relación de semejanza 1, lo que da lugar a cuadrados curvilíneos. Por continuidad, cuando los cuadriláteros de la red de flujo se hacen más pequeños, debe aumentar el gradiente hidráulico, y por lo tanto la velocidad del agua, para que el caudal se mantenga constante.

Un aspecto previo importante antes de comenzar a dibujar la red de flujo es analizar las condiciones de contorno del problema (figura 7.2). Como puede observarse en la figura, las condiciones de contorno en la laguna (AB) y en el río (CD) son de altura piezométrica constante (líneas equipotenciales). El tramo AB corresponde a la altura de la lámina de agua de la laguna (H_1) y el tramo CD corresponde a la altura de la lámina de agua del río (H_2), de acuerdo con el sistema de referencia (z) escogido. En cuanto al resto del contorno del acuífero (tramos BC y ED), corresponderá a líneas de corriente, al poderse considerar los materiales adyacentes impermeables.

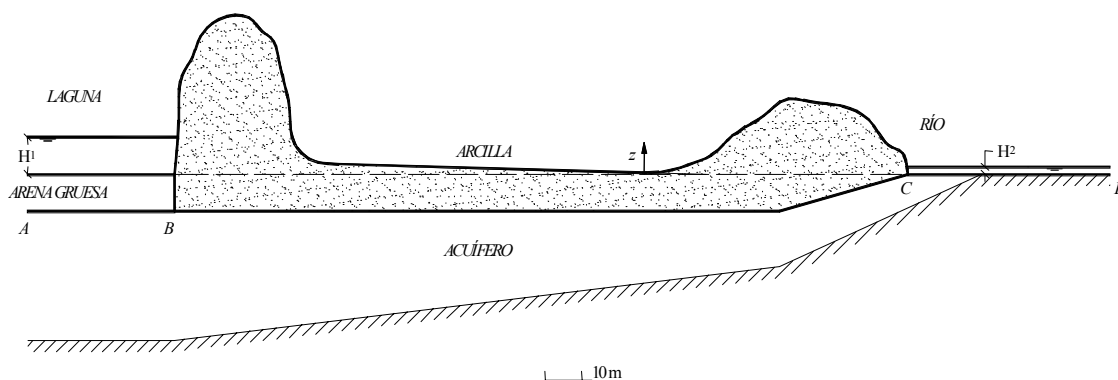


Fig. 7.1 Esquema del problema planteado

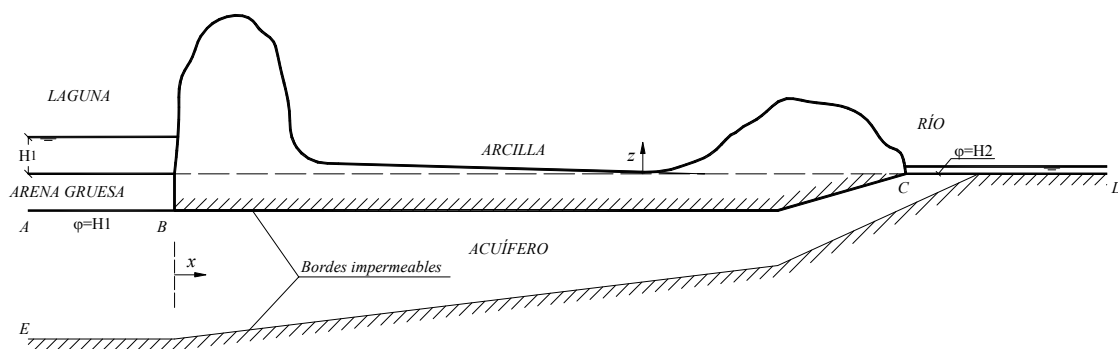


Fig. 7.2 Condiciones de contorno del problema

En la figura 7.3 se muestra la red de corriente obtenida. Para el cálculo de la altura piezométrica de las diferentes líneas equipotenciales, se considerará un salto constante entre cada par de ellas consecutivas, al haber construido los cuadriláteros semejantes entre sí:

$$\varphi_i = \varphi_1 + \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)}{n^\circ \text{ saltos}}(i - 1) = H_1 - \frac{(H_1 - H_2)}{n^\circ \text{ saltos}}(i - 1)$$

En este caso se han dibujado 36 saltos (ver figura 7.3). La expresión anterior se puede aprovechar para obtener de forma aproximada la variación de nivel piezométrico con respecto a la distancia horizontal y ver si esta variación responde a una ley lineal o no (tabla 7.1 y figura 7.4). Tal como era de prever, la representación gráfica confirma que la relación entre estas dos variables no es constante ya que al irse reduciendo la potencia del acuífero los cuadriláteros curvilíneos van cambiando de tamaño y el gradiente hidráulico va variando (crece con la distancia, por lo que se acelera la disminución de altura piezométrica y aumenta la velocidad del agua, lo cual es necesario por continuidad).

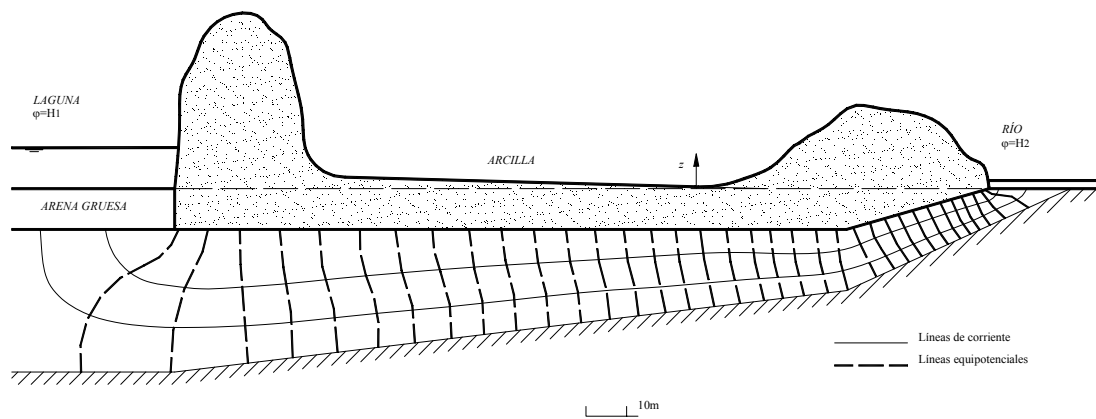


Fig. 7.3 Red de flujo del problema planteado

Tabla 7.1. Relación altura piezométrica-distancia horizontal.

x (m)	ϕ_i	x (m)	ϕ_i
0.0	10.00	130.5	5.89
5.0	9.78	135.0	5.68
12.5	9.57	140.0	5.46
21.0	9.35	145.0	5.24
27.5	9.14	150.5	5.03
37.0	8.92	156.0	4.81
46.0	8.70	161.0	4.59
55.0	8.49	165.0	4.38
67.5	8.27	169.0	4.16
72.5	8.05	172.0	3.95
79.5	7.84	175.0	3.73
86.5	7.62	178.0	3.51
93.0	7.41	181.5	3.30
99.0	7.19	184.5	3.08
104.5	6.97	188.0	2.86
110.0	6.76	191.5	2.65
115.0	6.54	194.5	2.43
120.0	6.32	198.0	2.22
125.5	6.11	200.0	2.00

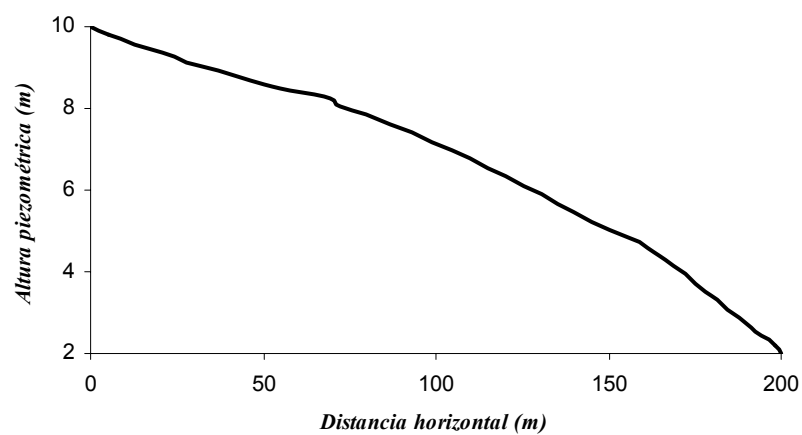


Fig.7.4 Representación de la relación altura piezométrica-distancia horizontal

- b) En este segundo apartado se plantea la posibilidad de que los niveles de la laguna y del río varíen. Este hecho comportará modificaciones en los valores de φ de cada línea equipotencial dibujada, pero no de la red de flujo, ya que como puede comprobarse en el procedimiento seguido en el apartado anterior, no se ve afectada por los valores absolutos de los mismos. En cuanto a las alturas piezométricas correspondientes a cada línea equipotencial, sí que variarán si lo hacen los niveles en la laguna y en el río, como puede verse en la expresión de φ_i anterior. Sin embargo, el salto de altura piezométrica entre líneas equipotenciales, así como los gradientes hidráulicos, las velocidades del agua o los caudales, sólo variarán si lo hace la diferencia de niveles entre la laguna y el río, pero no si varían ambas manteniendo su diferencia constante.

En este apartado se pide también la relación entre el caudal infiltrado y la diferencia de nivel entre la laguna y el río. Suponiendo, como se ha indicado con anterioridad, que los cuadriláteros curvilíneos mantienen una relación de semejanza entre lados de 1, lo cual es aproximadamente correcto en todos ellos con ciertas desviaciones en los extremos de la red, se tiene

$$Q = K \Delta \varphi \frac{\text{n}^\circ \text{ tubos}}{\text{n}^\circ \text{ saltos}} \quad \frac{Q}{\Delta \varphi} = K \frac{\text{n}^\circ \text{ tubos}}{\text{n}^\circ \text{ saltos}}$$

Sustituyendo el valor del número de tubos (3) y el número de saltos (36) específicos de la red dibujada, resulta

$$\frac{Q}{\Delta \varphi_{\text{total}}} = 10^{-4} \text{ m/s} \cdot \frac{3}{36} = 0.72 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

Para conseguir una mayor precisión se podría realizar una red de flujo más tupida, dibujando un mayor número de líneas de corriente y equipotenciales. Es difícil, en general, dibujar una red de flujo apropiada, cumpliendo las condiciones de contorno y de ortogonalidad, partiendo de un número importante de líneas de corriente y equipotenciales. Lo más apropiado es comenzar con unas pocas, cuyo cumplimiento de las condiciones se vaya mejorando progresivamente de forma gráfica mediante prueba y error. Una vez se dispone de una red de calidad, aunque poco tupida, pueden dibujarse con cierta facilidad más líneas de corriente y equipotenciales mediante bisección de los tubos y saltos ya existentes. Si bien una red apropiada y tupida puede ser interesante para estimar la altura piezométrica, y consecuentemente la presión intersticial, de puntos específicos, no es especialmente imprescindible para la estimación de caudales, para lo cual con una red mínimamente encajada, aunque sea poco tupida, puede ser suficiente. En cualquier caso, una mejora sustancial de la red de flujo, modificará el caudal resultante y, sobre todo, las alturas piezométricas y presiones intersticiales en puntos específicos. Sin embargo, una variación de la red que no implique un cambio en el cociente entre el número de líneas equipotenciales y el número de líneas de corriente de la misma, no afectará al caudal resultante.

- c) Con las hipótesis indicadas en el enunciado, el esquema resultante es el que se indica en la figura 7.5. El problema se puede transformar, de esta manera, de bidimensional a unidimensional. Esto es posible en este caso, por la geometría relativamente simple del acuífero.

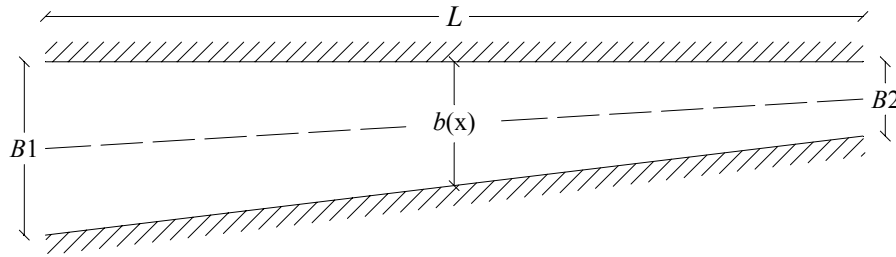


Fig. 7.5 Esquema del planteamiento simplificado del problema

Para resolverlo se partirá de las siguientes expresiones:

1. Ecuación de continuidad. En este caso será

$$Q = \text{constante} = q(x) \cdot b(x)$$

donde $b(x)$ es la sección del acuífero que, de acuerdo con la figura 7.5, disminuye linealmente con x según la siguiente expresión:

$$b(x) = B_1 - \frac{(B_1 - B_2)}{L} x$$

Sustituyendo los valores del problema obtenidos gráficamente de la figura 7.1 (aproximadamente, longitud total del acuífero 200 m, sección transversal inicial 35 m y sección transversal final 8 m), se tiene que

$$b(x) = 35 - \left(\frac{35 - 8}{200} \right) x = 35 - 0.135x$$

2. Ley de Darcy. La ley de Darcy es

$$q(x) = -K \frac{d\phi}{dx}$$

En total, la ecuación de flujo resultante será

$$Q = -K \frac{d\phi}{dx} \left(B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x \right)$$

cuya resolución da lugar, separando previamente variables, a

$$\int d\phi = -\frac{Q}{K} \int \frac{dx}{B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x}$$

$$\phi(x) = -\frac{Q}{K} \frac{L}{B_1 - B_2} \ln \left(B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x \right) + C$$

donde la constante C y el caudal Q se podrán calcular a partir de las condiciones de contorno del problema

$$\begin{aligned} \phi(x=0) &= H_1 & H_1 &= -\frac{Q}{K} \frac{L}{B_1 - B_2} \ln B_1 + C \\ \phi(x=L) &= H_2 & H_2 &= -\frac{Q}{K} \frac{L}{B_1 - B_2} \ln B_2 + C \end{aligned}$$

Restando las dos condiciones de contorno queda

$$H_2 - H_1 = -\frac{Q}{K} \frac{L}{B_1 - B_2} \ln \frac{B_2}{B_1}$$

despejando el caudal en esta expresión, se obtiene

$$Q = -\frac{K(H_2 - H_1)(B_1 - B_2)}{L \ln \left(\frac{B_2}{B_1} \right)}$$

y por lo tanto

$$C = H_1 - \frac{\ln B_1}{\ln \left(\frac{B_2}{B_1} \right)} (H_2 - H_1)$$

Con lo que, tras sustituir y operar, se obtiene

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{(H_2 - H_1)}{\ln \left(\frac{B_2}{B_1} \right)} \ln \left(B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x \right) + H_1 - \frac{(H_2 - H_1)}{\ln \left(\frac{B_2}{B_1} \right)} \ln B_1 \\ \varphi(x) &= \frac{(H_2 - H_1)}{\ln \left(\frac{B_2}{B_1} \right)} \left[\ln \left(B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x \right) - \ln B_1 \right] + H_1 \end{aligned}$$

Sustituyendo los diferentes parámetros:

$$L = 200 \text{ m}; H_1 = 10 \text{ m}; H_2 = 2 \text{ m}; B_1 = 35 \text{ m}; B_2 = 8 \text{ m}; K = 10^{-4} \text{ m/s}$$

se obtiene

$$Q = -\frac{10^{-4} \text{ m/s} (2 \text{ m} - 10 \text{ m}) \cdot (8 \text{ m} - 35 \text{ m})}{200 \text{ m} \cdot \ln \left(\frac{8 \text{ m}}{35 \text{ m}} \right)} = 6.32 \text{ m}^3/\text{m}/\text{día}$$

Estos 6.32 m³/m/día se producen con un (H₁-H₂) de 8 m, por lo que unitariamente (por metro de desnivel) se producirá un caudal de

$$\frac{Q}{\Delta\varphi_{total}} = -\frac{6.32 \text{ m}^3/\text{m}/\text{día}}{(2 \text{ m} - 10 \text{ m})} = 0.79 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

Comparado con el resultado obtenido anteriormente (0.72 m³/m²/día), la diferencia no es muy grande. En este caso esta diferencia es debida principalmente a la estimación de los datos geométricos (por ejemplo la longitud del acuífero) ya que las hipótesis realizadas son relativamente correctas. Por otro lado, el que con un procedimiento el resultado salga mayor o menor que con el otro puede atribuirse también, en este caso, a la estimación de los datos geométricos.

Respecto a la ley de alturas piezométricas, sustituyendo los valores se obtiene

$$\varphi(x) = 5.42 \cdot \ln(1 - 3.86 \cdot 10^{-3} x) + 10 \text{ m}$$

En la figura 7.6, en la que se ha representado esta ley conjuntamente con la obtenida gráficamente (figura 7.4), puede observarse la buena correspondencia entre ambas.

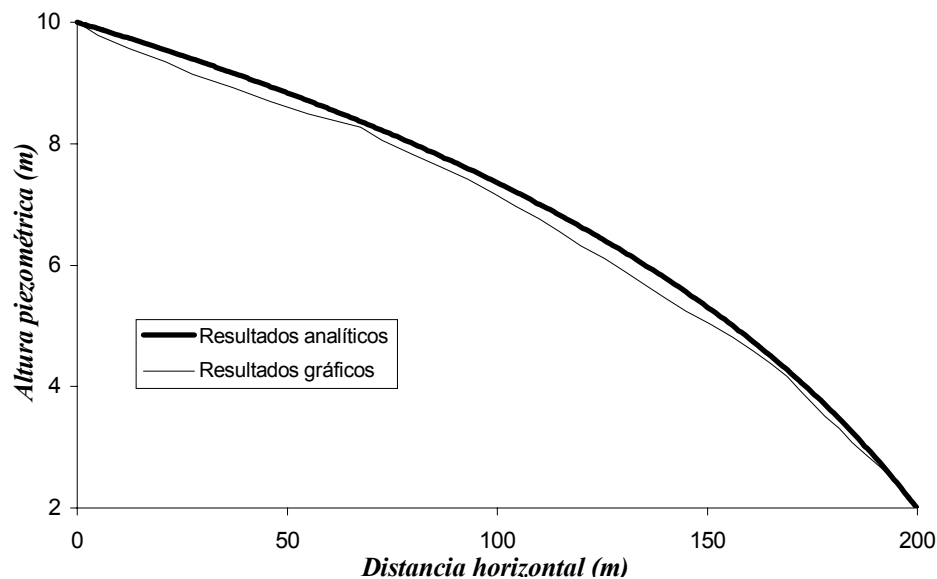


Fig.7.6 Representación de la relación altura piezométrica-distancia horizontal para los resultados analíticos y para los resultados gráficos

- d) A la vista de la red de flujo resultante, el mayor riesgo de sifonamiento se producirá a la salida del agua en el río, que es donde el flujo es vertical y ascendente, lo que hace que aumenten las presiones intersticiales, y existe menos confinamiento al ser la capa más superficial de terreno. Además, en este caso coincide que es la zona con mayores gradientes hidráulicos (cuadriláteros curvilíneos de menor tamaño). Como en este contorno el nivel de agua está por encima de la cota de terreno, puede utilizarse el concepto de gradiente crítico para analizar la existencia de sifonamiento.

$$\left(\frac{d\phi}{dz} \right)_{\text{crítico}} = \frac{\gamma_{\text{sum}}}{\gamma_w}$$

El gradiente hidráulico en el punto más crítico puede estimarse tanto a partir de la red de flujo dibujada, midiendo a escala el lado vertical del último cuadrilátero curvilíneo en el punto C (Δz) y el valor del salto de nivel entre líneas equipotenciales consecutivas ($\Delta\phi$), para poder aplicar la condición anterior o, alternativamente, utilizar la expresión analítica deducida, que es lo que se hace a continuación. El valor del gradiente hidráulico se calcula para $x=200$ m que corresponde al punto más crítico según se ha justificado anteriormente. No debe confundirse, en este planteamiento analítico, que se calcule para $x=200$ m (coordenada horizontal) con el hecho de que para el punto que le corresponde en el problema real (punto de llegada del agua al río), el flujo es vertical ascendente.

$$\varphi(x) = \frac{(H_2 - H_1)}{\ln\left(\frac{B_2}{B_1}\right)} \left[\ln\left(B_1 - \frac{B_1 - B_2}{L} x\right) - \ln B_1 \right] + H_1$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = - \frac{(H_2 - H_1) \cdot L \cdot B_1}{\ln \frac{B_2}{B_1} (B_1 - B_2) \left(1 - \frac{(B_1 - B_2)}{L \cdot B_1} x\right)}$$

$$\varphi(x) = 5.42 \cdot \ln(1 - 3.86 \cdot 10^{-3} x) + 10 \text{ m}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{-0.021}{1 - 3.86 \cdot 10^{-3} x}$$

$$\left[\frac{d\varphi}{dx} \right]_{x=200 \text{ m}} = -0.092$$

Suponiendo un suelo con un peso específico del orden de 2 t/m^3 , el valor del gradiente hidráulico obtenido queda muy lejos del crítico, que será del orden de 1, por lo que no es previsible que aparezcan problemas de sifonamiento. El signo menos que aparece simplemente indica que la altura piezométrica disminuye en el sentido en el que aumenta x .

Como se puede comprobar en las expresiones anteriores, el gradiente hidráulico ($d\varphi/dx$) es directamente proporcional a la diferencia de niveles entre la laguna y el río ($H_2 - H_1$) y no a dichos niveles individualmente, aunque si uno de éstos varía, también varía el gradiente hidráulico. Si con $|H_2 - H_1| = 8 \text{ m}$ se produce un gradiente hidráulico de 0.092, para que se produzca un gradiente hidráulico 1 (igual al crítico) se necesitará una diferencia de niveles entre la laguna y el río de

$$\frac{8 \text{ m}}{0.092} = 87 \text{ m}$$

que no parece compatible con la geometría del problema planteado.

- e) En este apartado se analizarán los puntos en los que se podría perforar un pozo para que fuese artesiano. Esto se producirá en todos los puntos del terreno en los que la altura piezométrica esté por encima de la cota del propio terreno, es decir:

$$\varphi(x) \geq z(x)$$

donde $z(x)$ es la cota de la superficie del terreno. Teniendo en cuenta la geometría del problema, únicamente tiene sentido considerar la superficie del valle interior situado entre los extremos más elevados que actúan de barrera hidráulica. El punto en el que más ascenderá el agua será el más cercano a la laguna ya que la altura piezométrica disminuye al ir de la laguna al río. Sin embargo, como la superficie no es horizontal y va bajando al acercarnos al río, puede ser que dicho punto no sea el que tenga mayor ascensión de agua respecto a la superficie del terreno.

Para analizar el problema se va a modelar la superficie del terreno entre los extremos más elevados que actúan de barrera hidráulica mediante un plano inclinado. Midiendo en la figura se puede estimar que en $x=35 \text{ m}$ (comienzo del valle interior por el lado de la laguna), la cota del terreno es de 3 m , y que en $x=125 \text{ m}$ la cota del terreno es 0 m . Consecuentemente, $z(x)$ será

$$z(x) = \frac{-3}{90}(x - 125)$$

Restando esta expresión a la de la altura piezométrica, se tiene

$$t(x) = \varphi(x) - z(x) = (5.42 \cdot \ln(1 - 3.86 \cdot 10^{-3} x) + 10\text{m}) - \left(\frac{-3}{90} (x - 125) \right)$$

En la figura 7.7 se han representado las tres funciones anteriores ($t(x)$, $\varphi(x)$ y $z(x)$).

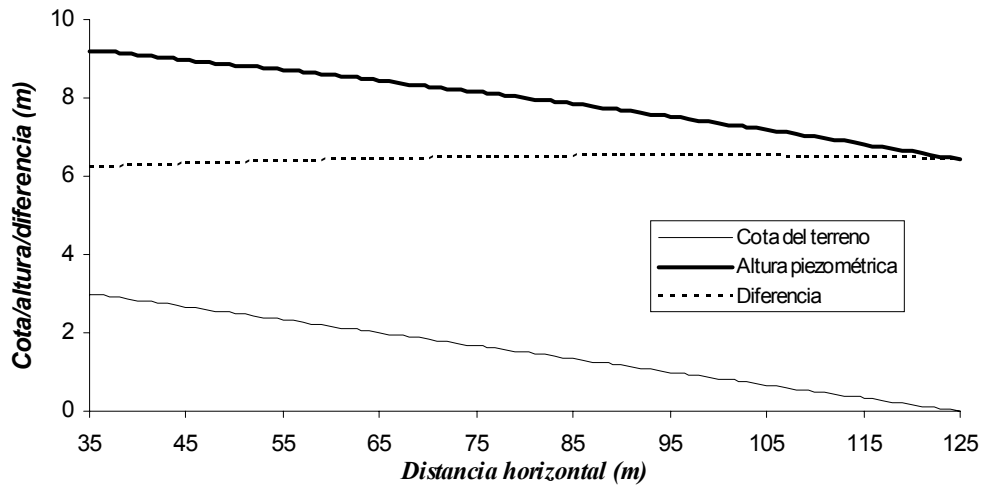


Fig.7.7 Representación de la cota del terreno, de la altura piezométrica, y de la diferencia entre ambas en función de la distancia horizontal para el valle interior

Como se ha indicado, la máxima altura se alcanza para la menor distancia horizontal, pero no así la máxima altura respecto de la cota del terreno. Para ello hay que analizar el máximo de la función $t(x)$. Este máximo puede obtenerse gráficamente a partir de la figura 7.7 o analíticamente a partir de la expresión anterior, como se hace a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{dt(x)}{dx} &= \frac{d\varphi(x)}{dx} - \frac{dz(x)}{dx} = \frac{-0.021}{1 - 3.86 \cdot 10^{-3} x} + \frac{3}{90} = 0 \\ x &= 95.85 \text{ m} \\ t(x = 95.85 \text{ m}) &= 6.52 \text{ m} \end{aligned}$$

EJERCICIO 8: Flujo vertical hacia una excavación con posibilidad de sifonamiento

Un terreno con geometría unidimensional y nivel freático en superficie (ver figura), en el que va a realizarse una excavación de 5.5 m de profundidad, está compuesto por tres estratos horizontales S_1 (de -15 m a -10 m), S_2 (de -10 m a -5 m) y S_3 (de -5 m a 0 m), con permeabilidades respectivas $K_1=10^{-4}$ cm/s, $K_2=10^{-3}$ cm/s y $K_3=10^{-2}$ cm/s (origen de cotas en superficie). El peso específico de los diferentes estratos puede considerarse constante e igual a 2 t/m^3 . El terreno natural está normalmente consolidado, con un coeficiente de empuje al reposo de 0.5, y una variación en descarga y recarga $\Delta\sigma'_h=0.2\Delta\sigma'_v$. Bajo estos tres estratos se encuentra un material muy permeable de tipo granular (gravas), en el que se ha previsto un rebajamiento de nivel piezométrico de 2 m, con objeto de reducir las presiones intersticiales.

- Para las condiciones naturales del terreno, es decir, antes de excavar, determinar el caudal ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{día}$) en situación estacionaria, que se producirá a través del terreno debido al rebajamiento del nivel piezométrico de las gravas.
- Para dichas condiciones del terreno (condiciones naturales y rebajamiento), determinar la presión intersticial (t/m^2) a largo plazo en la interfase entre los estratos S_1 y S_2 .
- Si no se realizase el rebajamiento de nivel en las gravas, calcular la máxima profundidad (m) que se podría excavar sin peligro de sifonamiento, para que el factor de seguridad no fuese menor que 1.5 en ningún punto.
- Indicar cuánto debe rebajarse el nivel en las gravas (m) para poder garantizar el mismo factor de seguridad al sifonamiento a largo plazo (1.5), si se desea realizar una excavación de 6.5 m de profundidad.
- Obtener el caudal ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{día}$) en condiciones estacionarias que deberá bombearse en superficie al realizar una excavación de 5.5 m de profundidad, si se efectúa el rebajamiento de nivel de 2 m en las gravas.
- En este caso (excavación de 5.5 m y rebajamiento de 2 m), estimar el coeficiente de empuje al reposo que se obtendrá a largo plazo en un punto situado a 10 m de profundidad respecto a la superficie original del terreno, suponiendo que la variación de presiones intersticiales en el mismo, inducida por el rebajamiento del nivel piezométrico en las gravas, se produce con posterioridad a la inducida por la excavación.
- Hacer la estimación de la pregunta anterior suponiendo ahora que la variación de presiones intersticiales en el terreno, inducida por el rebajamiento del nivel piezométrico en las gravas, se produce con anterioridad a la inducida por la excavación.
- Calcular la variación (en t/m^2) respecto a la situación inicial, de la posición del centro del círculo de Mohr en tensiones efectivas (s') y de su radio (t), en el mismo punto (10 m de profundidad) y en las mismas condiciones de la pregunta f) (excavación de 5.5 m y posterior rebajamiento de 2 m en las gravas).

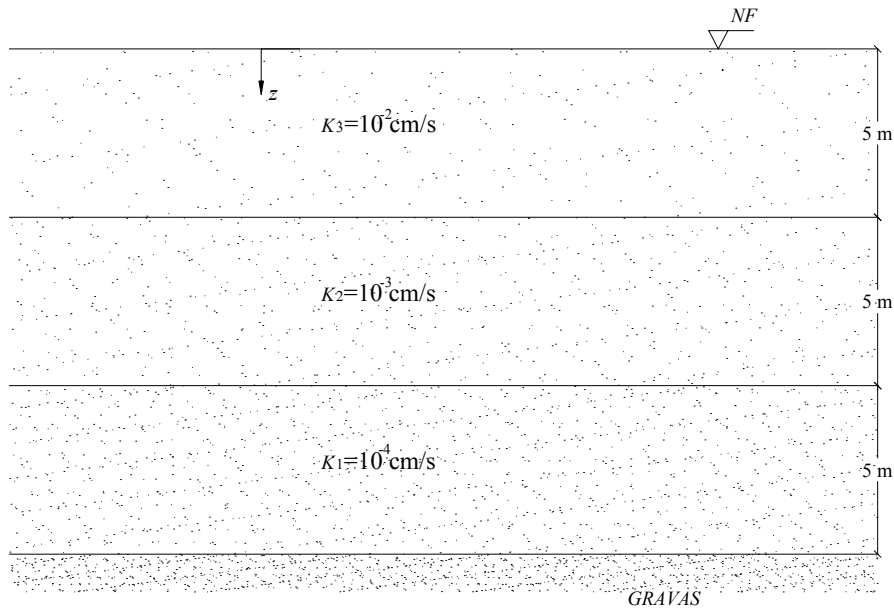


Fig. 8.1 Esquema del terreno

- a) En este primer apartado, se pide calcular el caudal en situación estacionaria producida a través del terreno al rebajar el nivel piezométrico en 2 m en el estrato de gravas. Este rebajamiento hará que varíen las alturas piezométricas y las presiones intersticiales en el terreno. Como se sabe que $K_1 < K_2 < K_3$, se tendrá el esquema de alturas piezométricas y de presiones intersticiales finales que se muestran en la figura 8.2. Cuanto más impermeable sea un estrato, mayor será el gradiente hidráulico (menos vertical será la ley de alturas piezométricas) y más alejada estará la presión intersticial de la hidrostática, y viceversa.

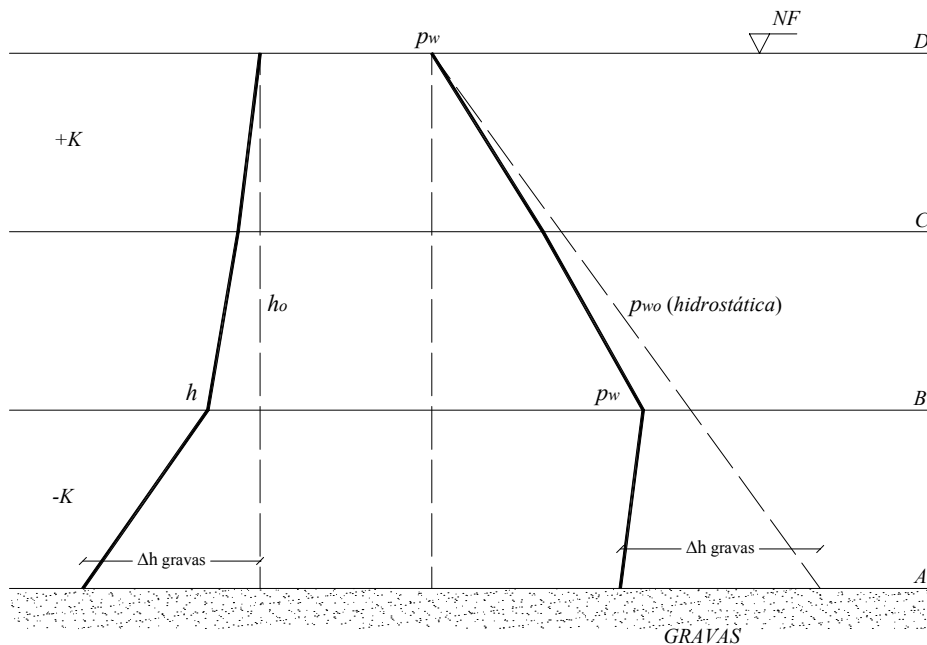


Fig. 8.2 Esquema cualitativo de la evolución de las alturas piezométricas y de las presiones intersticiales en el caso de rebajamiento en las gravas

Como en este apartado se pide el caudal y no las alturas piezométricas o presiones intersticiales en puntos específicos, es suficiente con utilizar el concepto de permeabilidad equivalente:

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{15}{\frac{5}{10^{-2}} + \frac{5}{10^{-3}} + \frac{5}{10^{-4}}} = 2.70 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$

Una vez calculado este parámetro, se puede calcular el caudal:

$$q = -K_{eq} \frac{\Delta h_T}{\Delta z}$$

donde

$$\left. \begin{aligned} h_i &= z_i + \frac{p_{wi}}{\gamma_w} \\ h_D &= 15 + 0 = 15 \text{ m} \\ h_A &= 0 + (15 - 2) = 13 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Delta h_T = -2 \text{ m}$$

Por lo que:

$$q = -2.70 \cdot 10^{-6} \text{ m/s} \cdot \frac{(-2 \text{ m})}{15 \text{ m}} = 3.60 \cdot 10^{-7} \text{ m/s} = 0.031 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

- b) Para calcular la presión intersticial a largo plazo en la interfase entre los suelos S_1 y S_2 , se ha de imponer la condición de continuidad de flujo entre estratos:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

Si se iguala $q_1 = q$ se obtiene, utilizando la ley de Darcy:

$$\begin{aligned} q_1 &= -K_1 \frac{\Delta h_1}{\Delta z_1} = -10^{-6} \text{ m/s} \left(\frac{(15 - 2) - h_B}{5} \right) = 3.60 \cdot 10^{-7} \text{ m/s} \\ h_B &= 14.80 \text{ m} \end{aligned}$$

Una vez se conoce h_B , es inmediato calcular la presión intersticial en este punto:

$$\begin{aligned} h_B &= z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w} = 5 \text{ m} + \frac{p_{wB}}{1 \text{ t/m}^3} = 14.80 \text{ m} \\ p_{wB} &= 9.80 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

- c) Debido a que la permeabilidad del terreno es decreciente con la profundidad, las presiones intersticiales serán más parecidas a la hidrostática cerca de la superficie de la excavación y crecerán más rápidamente con la profundidad en los estratos inferiores, por lo que el punto más crítico con respecto a la seguridad al sifonamiento será el de contacto con las gravas en el que puede suponerse que la presión intersticial no varía con la excavación (figura 8.3).

El factor de seguridad se puede definir como

$$FS = \frac{\sigma_A}{p_{wA}}$$

donde

$$\sigma_A = \gamma_n(15\text{m} - x) = 2\text{t/m}^3 \times (15\text{m} - x)$$

$$p_{wA} = 15\text{t/m}^2$$

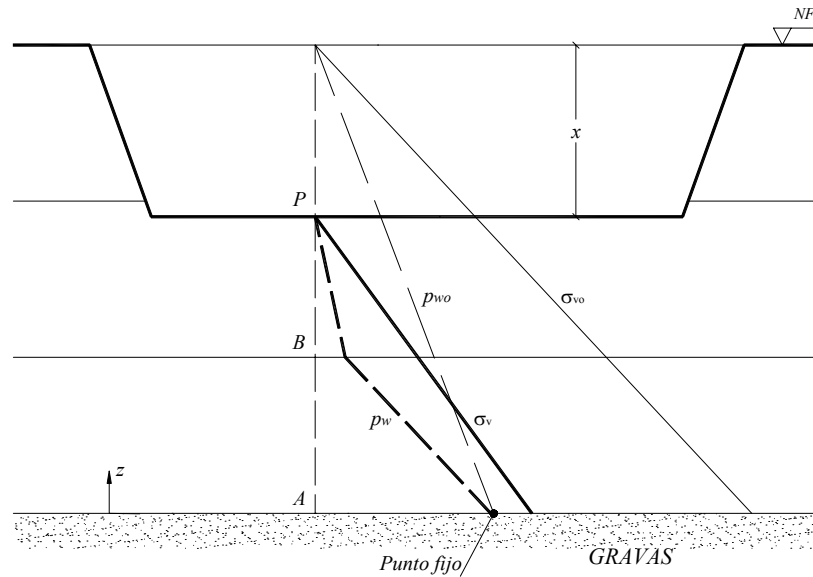


Fig. 8.3 Esquema de las tensiones totales y de las presiones intersticiales en la excavación

Por lo tanto:

$$FS = \frac{(15\text{m} - x) \cdot 2\text{t/m}^3}{15\text{t/m}^2} = 1.5$$

$$x = 3.75\text{ m}$$

- d) En el caso de que $x=6.5\text{ m}$, la presión intersticial en el punto A tendría que ser

$$FS = \frac{(15 - x) \cdot 2}{p_{wA}} = \frac{(15 - 6.5) \cdot 2}{p_{wA}} = 1.5$$

$$p_{wA} = 11.33\text{ t/m}^2$$

Por lo tanto, el nivel en las gravas se tendría que rebajar $15 - 11.33 = 3.67\text{m}$.

- e) Siguiendo el mismo procedimiento que en el apartado a), en el caso de que se realice una excavación de 5.5 m de profundidad y se rebaje el nivel en las gravas en 2 m , la nueva permeabilidad equivalente será

$$K_{eq} = \frac{\frac{4.5 + 5}{\frac{4.5}{10^{-3}} + \frac{5}{10^{-4}}}}{10^{-3} + 10^{-4}} = 1.74 \cdot 10^{-4}\text{ cm/s}$$

Por lo tanto, el caudal que deberá bombearse será

$$q = -K_{eq} \left(\frac{h_P - h_A}{z_P - z_A} \right)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} h_p &= z_p + \frac{p_{wp}}{\gamma_w} = 9.5 + 0 = 9.5 \text{ m} \\ h_A &= 0 + (15 - 2) = 13 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Delta\phi = -3.5 \text{ m}$$

Finalmente, se obtiene el caudal por unidad de área

$$q = -1.74 \cdot 10^{-6} \text{ cm/s} \left(\frac{-3.5 \text{ m}}{9.5 \text{ m}} \right) = 6.42 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s} = 0.056 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

f) El coeficiente de empuje al reposo se define como

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$

Se pide en el enunciado que, en el caso de excavación de 5.5 m y rebajamiento de 2 m, se estime el coeficiente de empuje al reposo que se obtendría a largo plazo en un punto situado a 10 m de profundidad respecto a la superficie original del terreno (punto *B*), suponiendo que la variación de presiones intersticiales en el mismo inducida por el rebajamiento del nivel piezométrico en las gravas, se produce con posterioridad a la inducida por la excavación. Para ello se debe estudiar la evolución de σ'_v y σ'_h a lo largo de dicho proceso. Inicialmente, se tiene las siguientes tensiones en el punto *B*:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \gamma_n \cdot z = 2 \text{ t/m}^3 \cdot 10 \text{ m} = 20 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_v &= \sigma_v - p_w = 20 \text{ t/m}^2 - \gamma_w \cdot 10 \text{ m} = 10 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_h &= K_0 \cdot \sigma'_v = 0.5 \cdot 10 \text{ t/m}^2 = 5 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_h &= \sigma'_h + p_w = 5 + 10 = 15 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

Al realizar la excavación varía la tensión total en el terreno, y al mantenerla seca varía también la presión intersticial. Para calcular ésta última en el punto *B*, deberá imponerse $q_1 = q_2$ a través de la ley de Darcy, de forma análoga a lo ya hecho en apartados anteriores

$$\begin{aligned} -10^{-6} \text{ m/s} \left(\frac{h_B - 15 \text{ m}}{5 \text{ m}} \right) &= -10^{-5} \text{ m/s} \left(\frac{9.5 \text{ m} - h_B}{4.5 \text{ m}} \right) \Rightarrow h_B = 9.95 \text{ m} \\ h_B &= z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w} = 5 \text{ m} + \frac{p_{wB}}{1 \text{ t/m}^3} = 9.95 \text{ m} \\ p_{wB} &= 4.95 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

Una vez obtenido p_{wB} , se pueden calcular las tensiones verticales y horizontales, teniendo en cuenta que si se está en una rama de descarga y recarga ($\Delta\sigma'_v < 0$) se deberá utilizar la relación $\Delta\sigma'_h = 0.2\Delta\sigma'_v$ y no directamente el coeficiente de empuje al reposo

$$\begin{aligned} \sigma_v &= (10 \text{ m} - 5.5 \text{ m}) \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 9.0 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_v &= 9.0 \text{ t/m}^2 - p_{wB} = 9.0 - 4.95 = 4.05 \text{ t/m}^2 \\ \Delta\sigma'_v &= 4.05 - 10 = -5.95 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_h &= \sigma'_{h0} - \left| \Delta\sigma'_v \right| \frac{\Delta\sigma'_h}{\Delta\sigma'_v} = 5 - 5.95 \cdot 0.20 = 3.81 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_h &= \sigma'_h + p_{wB} = 3.81 + 4.95 = 8.76 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

Como puede verse, la tensión efectiva vertical ha disminuido de 10 t/m² a 4.05 t/m², por lo que el suelo en el punto *B* está moviéndose por una rama de descarga. Para añadir ahora el

efecto del bombeo, se procederá de forma análoga que en el punto anterior, comenzando con el cálculo de p_{wB} :

$$q_1 = q_2$$

$$-10^{-6} \text{ m/s} \left(\frac{h_B - 13 \text{ m}}{5 \text{ m}} \right) = -10^{-5} \text{ m/s} \left(\frac{9.5 \text{ m} - h_B}{4.5 \text{ m}} \right) \Rightarrow h_B = 9.80 \text{ m}$$

$$h_B = z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w} = 5 \text{ m} + \frac{p_{wB}}{1 \text{ t/m}^3} = 9.80$$

$$p_{wB} = 4.80 \text{ t/m}^2$$

Ahora se puede calcular el estado tensional:

$$\sigma_v = 4.5 \text{ m} \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 9 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = 9 - 4.80 = 4.20 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = 3.81 + (4.20 - 4.05) \cdot 0.20 = 3.84 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = 3.84 + 4.80 = 8.64 \text{ t/m}^2$$

En este caso la tensión efectiva vertical ha aumentado (de 4.05 t/m² a 4.20 t/m²), pero la tensión final es menor que la máxima (10 t/m² iniciales), por lo que el suelo se está moviendo en este punto por una rama de recarga. Por lo tanto:

$$K_{01} = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{3.84 \text{ t/m}^2}{4.20 \text{ t/m}^2} = 0.91$$

- g) En este apartado se pide lo mismo que en el anterior, pero suponiendo ahora que la variación de presiones intersticiales en el terreno inducida por el rebajamiento del nivel piezométrico en las gravas se produce con anterioridad a la inducida por la excavación. Se ha de tener en cuenta que la presión intersticial en el punto *B* para este mismo caso ha sido calculada en el apartado b). Como las presiones intersticiales disminuyen y las tensiones verticales totales se mantienen constantes, las tensiones verticales efectivas aumentan, por lo que K_0 permanece constante. El estado tensional será en este caso

$$\sigma_v = 20 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = 20 \text{ t/m}^2 - p_{wB} = 20 - 9.80 = 10.2 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = 0.5 \cdot 10.2 = 5.10 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = \sigma'_h + p_{wB} = 5.10 + 9.80 = 14.90 \text{ t/m}^2$$

Si ahora se realiza la excavación, la presión intersticial en este punto será la misma que la calculada en el apartado anterior para este mismo caso ($p_{wB} = 4.80 \text{ t/m}^2$). Como la tensión efectiva vertical disminuye, el suelo estará en una rama de descarga:

$$\sigma_v = 9 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = 9 \text{ t/m}^2 - p_{wB} = 9 - 4.80 = 4.20 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = 5.10 + (4.2 - 10.2) \cdot 0.20 = 3.90 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = \sigma'_h + p_{wB} = 3.90 + 4.80 = 8.70 \text{ t/m}^2$$

Por lo tanto

$$K_{02} = \frac{3.90}{4.20} = 0.93$$

En la figura 8.4 se representa gráficamente la evolución de las tensiones efectivas vertical y horizontal y del coeficiente de empuje al reposo K_0 obtenidas en los apartados f) y g). La notación de los puntos hace referencia al apartado (f) o g)) y a la fase (inicial, primera o segunda) correspondientes.

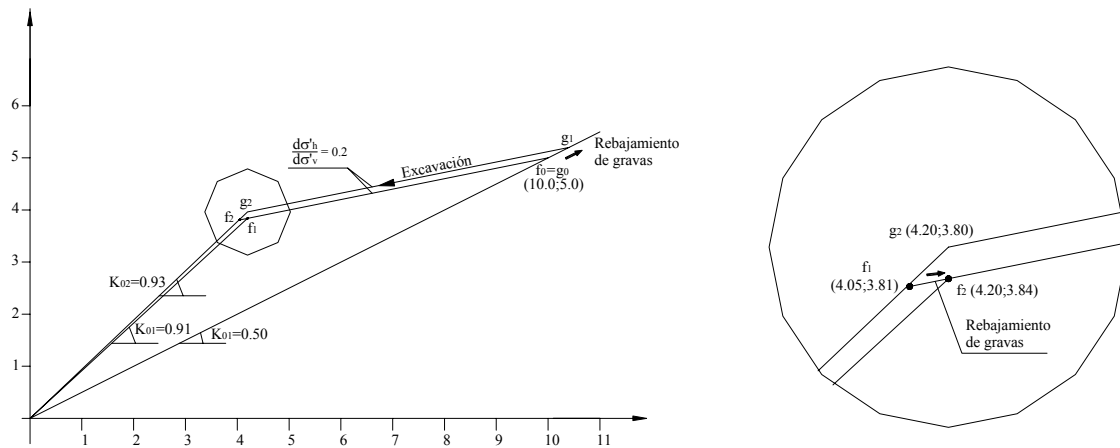


Fig. 8.4 Evolución de las tensiones efectivas vertical y horizontal en los casos de los apartados f) y g)

- h) Por último, se pide calcular la variación de la posición del centro y del radio del círculo de Mohr en las condiciones del punto f).

$$s' = \frac{\sigma'_v + \sigma'_h}{2} \quad \begin{cases} s'_0 = \frac{10 \text{ t/m}^2 + 5 \text{ t/m}^2}{2} = 7.5 \text{ t/m}^2 \\ s'_f = \frac{4.20 \text{ t/m}^2 + 3.84 \text{ t/m}^2}{2} = 4.02 \text{ t/m}^2 \end{cases}$$

$$t = \frac{\sigma'_v - \sigma'_h}{2} \quad \begin{cases} t_0 = \frac{10 \text{ t/m}^2 - 5 \text{ t/m}^2}{2} = 2.5 \text{ t/m}^2 \\ t_f = \frac{4.20 \text{ t/m}^2 - 3.84 \text{ t/m}^2}{2} = 0.18 \text{ t/m}^2 \end{cases}$$

Por lo tanto, se tendrá que

$$\Delta s' = -3.48 \text{ t/m}^2 \quad \Delta t = -2.32 \text{ t/m}^2$$

EJERCICIO 9. Flujo hacia una excavación y consolidación

Un terreno estratificado con el NF en superficie está formado por dos capas horizontales de tipo granular, con espesores y permeabilidades, respectivamente, de 10 m y 10^{-3} cm/s y de 5 m y $5 \cdot 10^{-3}$ cm/s (ver figura). La densidad natural de todo el terreno es de 2 t/m^3 . Inferiormente está limitado por una capa de gravas muy permeable de gran potencia. En este terreno se va a proceder a la construcción de unos aparcamientos subterráneos, para lo cual se va a excavar en el estrato superior, que se mantendrá seco en superficie mediante bombeo. Tras la construcción está previsto dejar de bombear y que se recuperen los niveles piezométricos iniciales.

- En el caso de realizar una excavación de grandes dimensiones, manteniéndola seca mediante bombeo, ¿en qué punto se produce la situación más desfavorable para sifonamiento?
- Determinar la profundidad máxima (x) que se puede excavar para que no se produzca sifonamiento con un factor de seguridad igual o mayor a 1.2.
- Cuál será la condición de sifonamiento que se cumple en este caso de flujo vertical con las permeabilidades dadas.
- En el caso de disponer de sondeos verticales en el perímetro de la excavación que lleguen a la capa de gravas, calcular el rebajamiento de nivel que sería necesario realizar para mantener el mismo factor de seguridad al sifonamiento ($FS > 1.2$) con una excavación de 5.5 m.
- Calcular el caudal ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{día}$) que se deberá bombear desde la excavación tanto en la situación en la que sólo se bombea desde la misma (caso I), como en la que se reduce el nivel piezométrico de las gravas (caso II). Adoptar para este cálculo la profundidad de excavación de 5.5 m.
- Obtener la tensión efectiva vertical durante el régimen estacionario de bombeo en el centro del segundo estrato, y su variación con respecto al estado inicial, en el caso de no modificar el nivel en las gravas (caso I) y con la profundidad de excavación de 5.5 m.
- Estimar la contribución al asiento causada por el segundo estrato, suponiendo un módulo edométrico en descarga $E_m = 1600 \text{ t/m}^2$ (caso I).
- Indicar cómo evolucionarán los asientos al dejar de bombear y recuperarse los niveles piezométricos iniciales.
- Si la solera inferior de los edificios está formada por una losa de hormigón de 0.5 m de espesor ($K = 10^{-8}$ cm/s) apoyada en el fondo de la excavación, calcular el caudal residual ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{día}$) que deberá bombearse al recuperarse los niveles piezométricos, y volver el NF a la situación inicial en superficie.

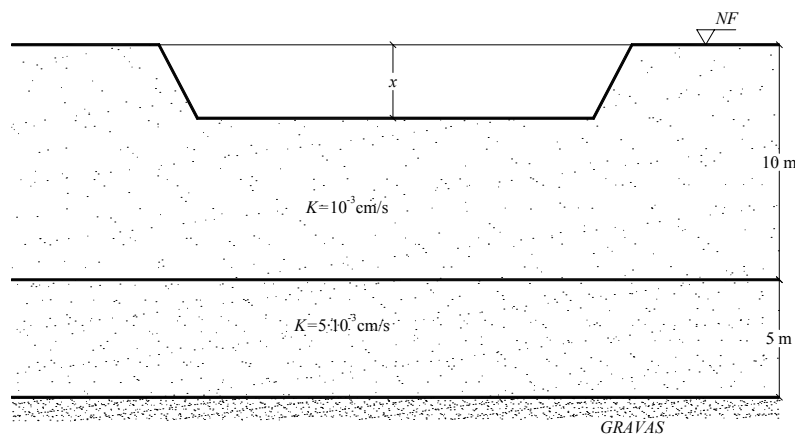


Fig. 9.1 Esquema del terreno

- a) En este primer apartado se debe discutir dónde se produce la situación más desfavorable para sifonamiento en el caso de realizar una excavación de grandes dimensiones, manteniéndola seca por bombeo. Dicha situación vendrá influenciada directamente por la relación de permeabilidades de los diferentes estratos, de forma que en los estratos con mayor permeabilidad, la presión intersticial será más cercana a la hidrostática que en los de menor permeabilidad. Como en este caso se tiene que $K_1 < K_2$, la ley de presiones intersticiales será, cualitativamente, la que se indica en la figura 9.2.

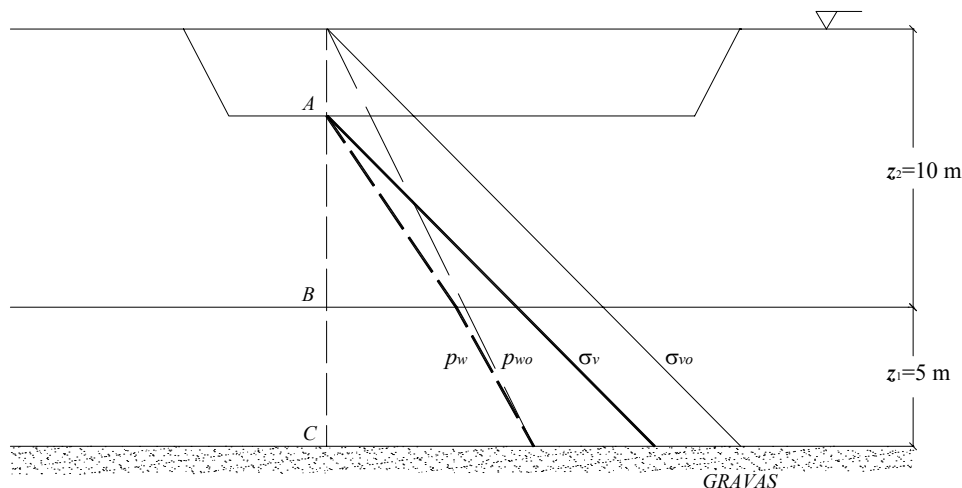


Fig. 9.2 Esquema de la ley de presiones intersticiales

Como se muestra en la figura, se ha supuesto que el punto de contacto con las gravas inferiores mantiene su presión intersticial invariable. Esta hipótesis es perfectamente razonable si no se induce ninguna variación de niveles piezométricos en la capa de gravas. De la figura 9.2 se puede deducir que los puntos más desfavorables para sifonamiento, si avanza la excavación, serán los del estrato superior, ya que serán los primeros en los que las presiones intersticiales alcancen a las tensiones verticales totales y anulen a las efectivas. Como puede verse en la figura, la pendiente de presiones intersticiales es mayor en el estrato superior que en el inferior. Al ir avanzando la profundidad de excavación, las tensiones verticales totales se irán acercando progresivamente a las presiones intersticiales hasta que lleguen a coincidir en todos los puntos del estrato al mismo tiempo si el proceso es lento, que es lo que se va a considerar. Si el proceso fuese rápido el sifonamiento se produciría para la misma profundidad de excavación, pero comenzaría por los puntos más superficiales del estrato superior y se iría extendiendo a los demás a medida que se fuesen disipando las sobrepresiones intersticiales (en este caso negativas) producidas por la descarga y fuesen aumentando las presiones intersticiales en el terreno.

- b) Se debe estimar ahora la profundidad máxima que se puede excavar sin que se produzca sifonamiento. El caso límite será cuando se cumpla $\sigma = p_w$.

Se partirá de la expresión del factor de seguridad, que se plantea en el punto B de interfase de las dos capas granulares (como se ha indicado en el apartado anterior, todos los puntos del estrato superior alcanzarán dicha condición simultáneamente en este caso):

$$FS = \frac{\sigma_B}{p_{wB}}$$

con

$$\sigma_B = \gamma_n(z_1 - x)$$

donde z_1 es la potencia del estrato granular superior.

Con respecto a la presión intersticial, se sabe que es nula en la excavación y que, como se ha mencionado anteriormente, mantendrá su valor inicial ($\gamma_w \cdot 15\text{m} = 15 \text{ t/m}^2$) en el punto de contacto entre la capa granular inferior y la de gravas. Para calcular p_{wB} hay que resolver el problema de flujo en terreno estratificado, lo cual puede hacerse imponiendo continuidad, es decir, $q_1 = q_2$ mediante la ley de Darcy. Se tiene que los caudales q_1 y q_2 son, respectivamente

$$q_1 = -K_1 \left(\frac{h_A - h_B}{z_1 - x} \right)$$

$$q_2 = -K_2 \left(\frac{h_B - h_C}{z_2} \right)$$

donde z_2 es la potencia del estrato granular inferior. Se sabe que

$$h_A = z_A + \frac{p_{wA}}{\gamma_w} = (15\text{m} - x) + \frac{0\text{m}}{\gamma_w} = 15\text{m} - x$$

$$h_C = z_C + \frac{p_{wC}}{\gamma_w} = 0\text{m} + \frac{15\text{ t/m}^2}{1\text{ t/m}^3} = 15\text{m}$$

Igualando las expresiones de q_1 y q_2 e introduciendo las de h_A y h_C , se obtiene

$$-10^{-5} \text{ m/s} \left(\frac{(15\text{m} - x) - h_B}{10\text{m} - x} \right) = -5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s} \left(\frac{h_B - 15\text{m}}{5\text{m}} \right)$$

$$h_B = \frac{165\text{m}^2 - 16\text{m} \cdot x}{11\text{m} - x}$$

Como lo que interesa es p_{wB} , puede utilizarse la definición de altura piezométrica

$$h_B = z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w}$$

$$p_{wB} = \gamma_w (h_B - z_B) = \gamma_w (h_B - 5) = \frac{110\text{ t/m} - 11\text{ t/m}^2 \cdot x}{11\text{m} - x}$$

Si se utiliza la expresión anterior del factor de seguridad se tiene

$$FS = \frac{\sigma_B}{p_{wB}} = \frac{2\text{ t/m}^3 (10\text{m} - x)}{\frac{110\text{ t/m} - 11\text{ t/m}^2 \cdot x}{11\text{m} - x}} = 1.2$$

De la igualdad anterior se obtiene una ecuación de segundo grado para x cuyas soluciones son 10 m y 4.4 m. La primera de dichas soluciones corresponde al caso especial en el que tanto la tensión total como la presión intersticial son cero (excavación completa del estrato superior, que da lugar a una indeterminación en la expresión del FS). Sin embargo antes, cuando la excavación alcanza los 4.4 m, ya se cumple la condición impuesta, por lo que dicha profundidad es la máxima que se puede alcanzar manteniendo el FS de 1.2.

- c) El sifonamiento se produce simultáneamente en todos los puntos del estrato superior, como ya se ha indicado y puede deducirse de la figura 9.2. En la situación de sifonamiento, las pendientes de las leyes de presiones intersticiales y de tensiones verticales totales en la capa superior son iguales, por lo que el gradiente hidráulico será igual al crítico. Aunque en general la condición de gradiente crítico, que simplemente implica que las pendientes de las leyes de presiones intersticiales y de tensiones verticales totales son iguales, no permite necesariamente determinar la existencia de sifonamiento, en este caso sí es así.

- d) Se plantea en este apartado la posibilidad de realizar un rebajamiento de nivel en la capa de gravas, con una excavación de 5.5 m y manteniendo el factor de seguridad en 1.2. Al reducir el nivel piezométrico en las gravas disminuyen las presiones intersticiales y mejoran las condiciones respecto a sifonamiento (ver figura 9.3). El punto crítico a estudiar es el mismo que en el caso anterior.

En este caso se tiene $x=5.5$ m, mientras que $p_{wC}=15-\alpha$. Para estimar el rebajamiento necesario deberá imponerse de nuevo, como se ha hecho anteriormente, la condición de continuidad $q_1=q_2$.

$$-10^{-5} \left(\frac{15-x-h_B}{10-x} \right) = -5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{h_B-(15-\alpha)}{5} \right)$$

$$h_B = z_B + \frac{p_{wB}}{\gamma_w}$$

Sustituyendo $x=5.5$ m y operando en las dos expresiones anteriores, se obtiene

$$p_{wB} = \frac{49.5 - 4.5\alpha}{5.5}$$

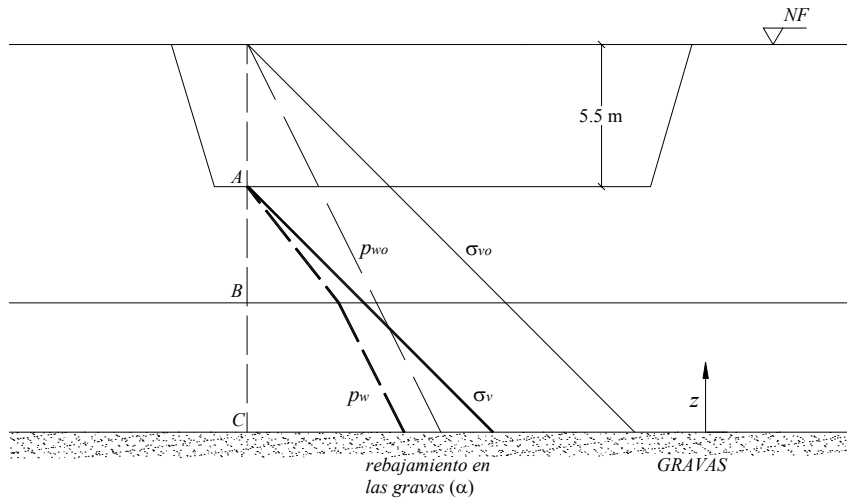


Fig. 9.3 Esquema de la ley de presiones intersticiales

Finalmente, introduciendo esta expresión de p_{wB} en la del factor de seguridad:

$$FS = \frac{\sigma_B}{p_{wB}} = \frac{\gamma_n(10-x)}{p_{wB}} = 1.2$$

se obtiene $\alpha = 1.83$ m, es decir, se necesita un rebajamiento de nivel en las gravas de 1.83 m como mínimo.

- e) En este apartado se debe calcular el caudal bombeado desde la excavación, diferenciando los dos casos siguientes.

Caso I. Sólo se bombea desde la excavación (sin rebajamiento de nivel piezométrico en las gravas).

Para el cálculo puede hacerse uso del concepto de permeabilidad equivalente

$$q = -K_{eq} \left(\frac{h_A - h_C}{z_T - x} \right)$$

donde

$$h_A = 15\text{m} - x \quad h_C = 15\text{m}$$

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{15 - x}{\frac{10 - x}{10^{-3}} + \frac{5}{5 \cdot 10^{-3}}}$$

Sustituyendo $x=5.5$ m, se obtiene que

$$K_{eq} = 1.73 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$q = 10^{-3} \text{ cm/s} = 0.864 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

Caso II. Se reduce el nivel piezométrico de las gravas.

Este caso puede plantearse como el anterior, pero teniendo en cuenta el rebajamiento de nivel piezométrico de las gravas:

$$h_A = 15 - x \quad h_C = 15 - 1.83 = 13.17$$

$$K_{eq} = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{K_i}} = \frac{15 - x}{\frac{5}{5 \cdot 10^{-3}} + \frac{10 - x}{10^{-3}}}$$

La permeabilidad equivalente no varía respecto del caso anterior, ya que depende de las características del terreno y no de los cambios de niveles piezométricos. Sustituyendo igual que antes $x=5.5$ m, se obtiene

$$q = 0.67 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s} = 0.577 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

Respecto al rebajamiento de nivel piezométrico de las gravas cabe indicar que será más o menos complejo y caro dependiendo de la permeabilidad del material (con seguridad alta) y de su capacidad de recarga, que dependerá de la conexión hidráulica de la zona. En este sentido una alternativa sería, en caso necesario, aprovechar la menor permeabilidad del estrato inferior respecto a la capa de gravas y bombear en la zona de contacto entre las dos capas.

- f) En este apartado se debe calcular la tensión efectiva vertical en el centro del segundo estrato, tanto inicialmente como durante el régimen estacionario de bombeo en el caso de no modificar el nivel en las gravas (caso I) y con la profundidad de excavación de 5.5 m.

En cuanto a la tensión efectiva vertical inicial, antes de realizarse la excavación, se tendrá

$$\sigma'_{v0} = (15\text{m} - z)\gamma_n - (15\text{m} - z)\gamma_w = 12.5 \text{ t/m}^2$$

Para calcular la tensión efectiva vertical durante el régimen estacionario de bombeo deberá calcularse la tensión total vertical y la presión intersticial en el centro del estrato. La primera de ellas será

$$\sigma_v = (10\text{m} - 5.5\text{m} + 2.5\text{m}) \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 14 \text{ t/m}^2$$

En cuanto a la presión intersticial, como en régimen estacionario varía linealmente con la profundidad, bastará con hacer la media entre p_{wB} y p_{wC} . p_{wB} puede obtenerse de los cálculos anteriores:

$$p_{wB} = \frac{110 - 11x}{11 - x} = \frac{110 - 11 \cdot 5.5}{11 - 5.5} = 9 \text{ t/m}^2$$

Por lo tanto:

$$p_w = \frac{p_{wB} + p_{wC}}{2} = \frac{9 \text{ t/m}^2 + 15 \text{ t/m}^2}{2} = 12 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma' = 14 - 12 = 2 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma' = 2 - 12.5 = -10.5 \text{ t/m}^2$$

Consecuentemente se produce una descarga de 10.5 t/m^2 .

- g) Al suponerse un módulo edométrico constante y poder considerar, al estar en condiciones estacionarias con flujo vertical, una variación lineal de las tensiones efectivas con la profundidad, la aportación al asiento causada por el segundo estrato podrá calcularse a partir de la deformación en el punto medio del mismo, a través del módulo edométrico en descarga indicado en el enunciado, multiplicado por su potencia.

$$s_{2f} = \frac{\Delta\sigma'}{E_m} h_i$$

Teniendo en cuenta el resultado del apartado anterior se tendrá:

$$s_{2f} = \frac{-10.5 \text{ t/m}^2}{1600 \text{ t/m}^2} \cdot 5 \text{ m} = -0.033 \text{ m} = -3.3 \text{ cm}$$

- h) Si se deja de bombear y se recuperan los niveles piezométricos iniciales, aumentarán las presiones intersticiales en el terreno. Si se deja de bombear en la excavación, ésta se irá inundando de manera que las tensiones verticales totales y las presiones intersticiales aumentarán, aunque lo harán en mayor medida las tensiones verticales totales ($\Delta\sigma = \gamma_w \cdot 5.5 \text{ m} = \text{constante}$ en todos los puntos) que las presiones intersticiales (entre $\Delta p_w = \gamma_w \cdot 5.5 \text{ m}$ en superficie de la excavación a 0 en el punto de contacto con las gravas), por lo que las tensiones efectivas aumentarán y se producirá un asiento siguiendo una rama de recarga sin llegar a la rama noval. Si se deja de bombear es en la capa de gravas, eliminando el rebajamiento producido, aumentarán las presiones intersticiales sin que lo hagan las tensiones totales, por lo que disminuirán las tensiones efectivas y aumentará el hinchamiento del terreno. Sin embargo, y en cualquier caso, la estructura prevista producirá asientos que podrán superar a los hinchamientos y asientos anteriores, dando lugar a un asiento neto adicional.
- i) En la figura 9.4 se representa un esquema del problema que se plantea en este apartado.

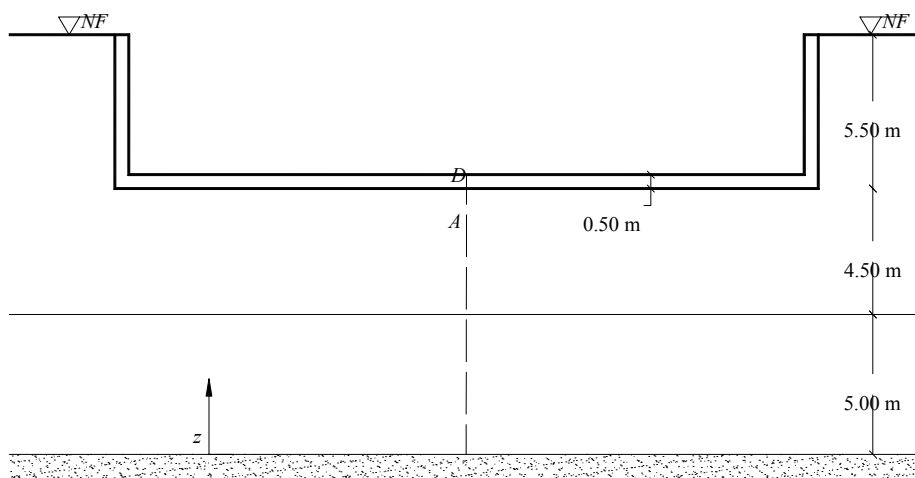


Fig. 9.4 Esquema de la excavación con la losa de hormigón

Teniendo en cuenta que se han recuperado los niveles piezométricos iniciales en el terreno, se tendrá

$$\left. \begin{aligned} h_D &= z_D + \frac{p_{wA}}{\gamma_w} = (9.5 + 0.5) + 0 = 10 \\ h_A &= 9.5 + 5.5 = 15 \end{aligned} \right\} \Delta h = 5 \text{ m}$$

Por lo tanto, el caudal que deberá bombearse será

$$q = 10^{-10} \text{ m/s} \cdot \frac{5 \text{ m}}{0.5 \text{ m}} = 10^{-9} \text{ m/s} = 8.64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{día}$$

EJERCICIO 10. Consolidación causada por bombeo

Una de las pilas de un viaducto de una autopista debe cimentarse sobre un terreno con geometría unidimensional compuesto, de acuerdo con el estudio geotécnico correspondiente, por los siguientes estratos horizontales sucesivos (ver figura): una capa arcillosa en superficie ($\gamma_n=1.8 \text{ t/m}^3$, $c_v=5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$, $E_m=50 \text{ kp/cm}^2$) de 15 m de potencia; una capa arenosa ($E_m=800 \text{ kp/cm}^2$) de 3 m de potencia; una capa de limo arcilloso ($c_v=5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$, $E_m=100 \text{ kp/cm}^2$) de 6 m de potencia; y, finalmente, una capa de gravas profunda. El NF puede considerarse situado en la superficie del terreno. Como primera alternativa de cimentación se considera la posibilidad de proyectar una viga de 5 m de anchura y gran longitud.

Dos años y medio antes de la construcción del viaducto se inició un bombeo intensivo de la capa arenosa, que produjo en un año un asiento aproximadamente uniforme de 6 cm en superficie. Posteriormente, 1 año antes de la construcción del viaducto, se inició un bombeo adicional en la capa de gravas; seis meses después de iniciarse este segundo bombeo se había producido un asiento total (desde el inicio del primer bombeo) de 9.5 cm.

Como parte del estudio correspondiente al proyecto de esta cimentación se pide:

- Las leyes de presiones intersticiales en el terreno antes de los bombeos, y el tipo de variación de estas presiones que produce cada uno de ellos.
- El rebajamiento de los niveles piezométricos en las capas granulares producidos por los bombeos y las leyes de presiones intersticiales a largo plazo.
- El asiento final que se producirá en cada uno de los estratos del terreno y el que se producirá en superficie.
- El asiento total producido en el terreno al comenzar la construcción del viaducto.
- El plazo de tiempo tras la construcción del viaducto en que quedará únicamente por producirse 5 mm de asiento total debido a los bombeos.

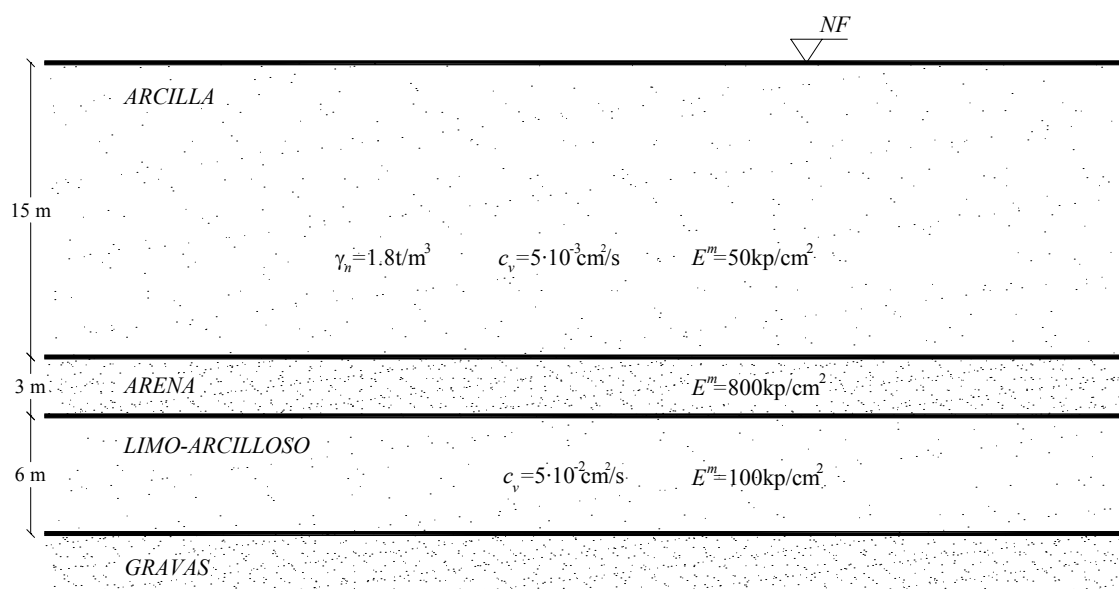


Fig. 10.1 Esquema del terreno

- El proceso descrito en el enunciado consiste, en resumen, en un bombeo inicial en la capa intermedia de arena, que produce al cabo de un año un asiento de 6 cm, seguido de un segundo bombeo, esta vez en la capa inferior de gravas, que comienza un año y medio después del primero y produce, seis meses después del comienzo del segundo, conjuntamente con el primero, un asiento de 9.5 cm desde el inicio. Un año después del

comienzo del segundo bombeo (dos años y medio después del comienzo del primero) se construye el viaducto.

Puede suponerse que el primer bombeo generará una disminución de presión intersticial en toda la capa de arenas de valor Δp_{w1} . Esta disminución afectará tanto a la capa superior arcillosa como a la capa inferior de limo arcilloso. En condiciones estacionarias las leyes de presiones intersticiales en todos los estratos serán lineales. La reducción en la capa de arcillas valdrá Δp_{w1} en el contacto con la arena y disminuirá linealmente hasta superficie, mientras que en la capa de limo arcilloso se reducirá en ese mismo valor en el contacto con la capa de arena y disminuirá linealmente hasta la capa de gravas (ver figura 10.2, en la que se ha incluido también la ley p_{w0} de presiones intersticiales antes de los bombeos). Se supone que la capa de gravas no se ve afectada por el bombeo en la capa de arena, lo cual puede ser perfectamente razonable dependiendo de las conexiones hidráulicas que existan en el terreno.

Así mismo puede suponerse que el segundo bombeo, por su parte, sólo afectará a la capa de limo-arcilloso, provocando una disminución de presión intersticial en la interfase entre las dos capas de valor Δp_{w2} , sin que la capa de arenas se vea afectada (figura 10.2).

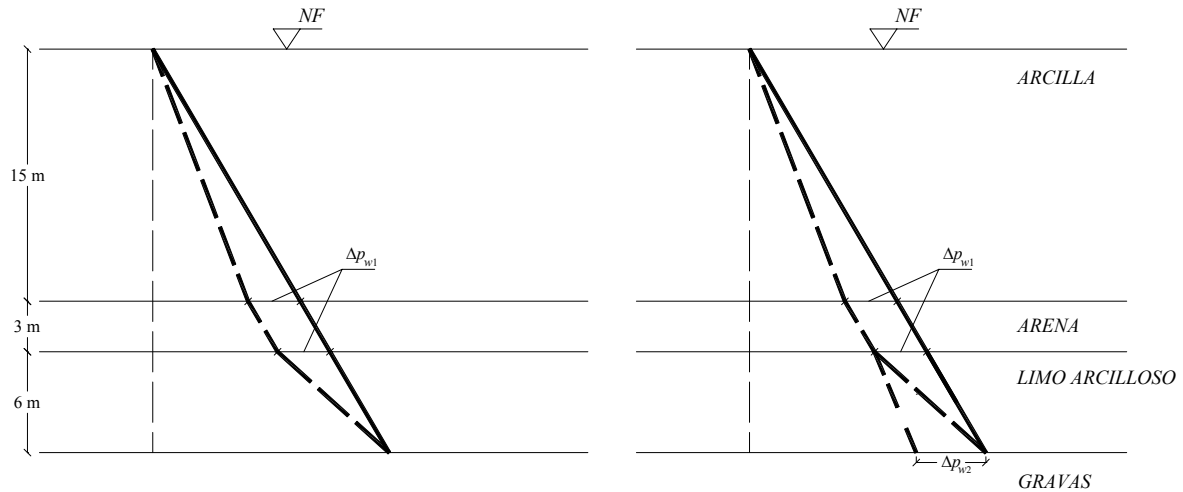


Fig. 10.2 Leyes genéricas de presiones intersticiales

- b) Los rebajamientos de los niveles piezométricos producidos por los bombeos podrán estimarse a partir de los datos de los asientos s del terreno aportados por el enunciado. El rebajamiento Δp_{w1} se podrá calcular teniendo en cuenta que el asiento tras un año de bombeo en la capa de arena (s_I) es de 6 cm. Estos 6 cm deberán ser la suma de los asientos de cada uno de los estratos del terreno, tal como se indica a continuación:

$$s_1 = s_{f1}^1 U_1(t_1) + s_{f2}^1 U_2(t_1) + s_{f3}^1 U_3(t_1) = 0.06 \text{ cm}$$

donde s_{fi}^j es el asiento final del estrato i producido por el primer bombeo, y $U_i(t_j)$ es el grado de consolidación de dicho estrato i tras j años (t_j , j igual a 1 año en este caso) de bombeo. A continuación se calculan cada uno de estos parámetros.

El estrato superior tiene los dos bordes drenantes, por lo que

$$T = \frac{t \cdot c_v}{H^2} = \frac{1 \text{ año} \cdot (5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s})}{(15 \text{ m}/2)^2} = 0.28 \quad U_1 = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{4}\right) = 0.59$$

El segundo estrato es arenoso, por lo que su consolidación puede considerarse instantánea si está conectado lateralmente desde el punto de vista hidráulico ($U_2=1$).

El tercer estrato tiene también los dos bordes drenantes, por lo que:

$$T = \frac{t \cdot c_v}{H^2} = \frac{1 \text{ año} \cdot (5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})}{(6 \text{ m}/2)^2} = 17.52 \quad U_3 = 1$$

Los diferentes asientos finales de cada estrato causados por el primer bombeo serán

$$s_{f1}^1 = \frac{1}{E_m^1} \int_0^{h_1} \Delta \sigma' dz = \frac{1}{500} \left[\frac{1}{2} \cdot \Delta p_{w1} \cdot 15 \right] = 0.015 \Delta p_{w1}$$

$$s_{f2}^1 = \frac{1}{E_m^2} \int_{h_1}^{h_2} \Delta \sigma' dz = \frac{1}{8000} [\Delta p_{w1} \cdot 3] = 0.000375 \Delta p_{w1}$$

$$s_{f3}^1 = \frac{1}{E_m^3} \int_{h_2}^{h_3} \Delta \sigma' dz = \frac{1}{1000} \left[\frac{1}{2} \cdot \Delta p_{w1} \cdot 6 \right] = 0.003 \Delta p_{w1}$$

donde h_1 , h_2 y h_3 son las profundidades correspondientes a los contactos entre los estratos sucesivos. En consecuencia se tiene que

$$s_1 = s_{f1}^1 \cdot 0.59 + s_{f2}^1 \cdot 1.0 + s_{f3}^1 \cdot 1.0 = 0.06 \text{ cm}$$

$$\Delta p_{w1} = 4.91 \text{ t/m}^2$$

Por su parte, el rebajamiento Δp_{w2} se podrá calcular teniendo en cuenta que el asiento tras seis meses de bombeo en la capa de gravas y dos años en la capa de arena es de 9.5 cm. De nuevo, estos 9.5 cm deberán ser la suma de los asientos de cada uno de los estratos del terreno, teniendo en cuenta en este caso el efecto de ambos bombeos, como se indica a continuación:

– Primer bombeo en el estrato superior:

$$T = \frac{2 \text{ años} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}}{(7.5 \text{ m})^2} = 0.56 \quad U_1 = 0.80$$

– Primer bombeo en el segundo estrato: será como en el caso anterior, es decir, $U_2=1$.

– Primer bombeo en el tercer estrato:

$$T = \frac{2 \text{ años} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{(3.0 \text{ m})^2} = 35.04 \quad U_3 = 1$$

– Segundo bombeo: este segundo bombeo sólo afectará al tercer estrato (asiento final s_{f3}^2).

$$T = \frac{0.5 \text{ años} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}{(3.0 \text{ m})^2} = 8.76 \quad U_3 = 1$$

Por lo tanto quedará la siguiente expresión:

$$s_2 = U_1(t_2)s_{f1}^1 + U_2(t_2)s_{f2}^1 + U_3(t_2)s_{f3}^1 + U_3(t_{0.5})s_{f3}^2$$

$$s_2 = 0.80 \cdot (0.015 \cdot 4.91) + 1.00 \cdot (0.000375 \cdot 4.91) + 1.00 \cdot (0.003 \cdot 4.91) +$$

$$+ 1.00 \frac{1}{1000} \Delta p_{w2} \frac{1}{2} 6 = 0.095$$

$$\Delta p_{w2} = 6.50 \text{ t/m}^2$$

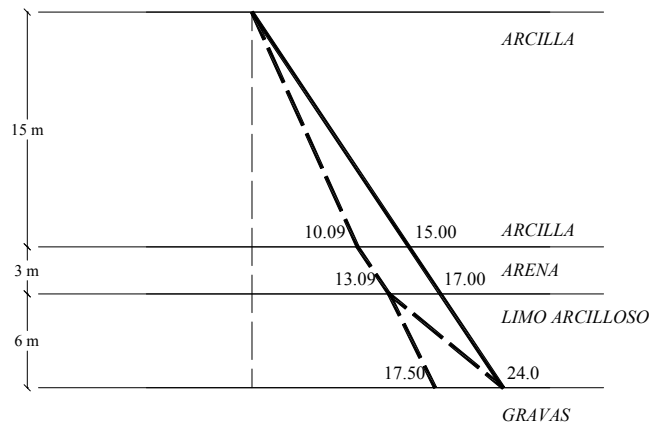


Fig. 10.3 Esquema de las leyes de presiones intersticiales en régimen estacionario

- c) El asiento final vendrá dado por la suma de los asientos finales correspondientes a los diferentes estratos.

$$s_{f1}^1 = 0.015 \Delta p_{w1} = 0.074 \text{ m}$$

$$s_{f2}^1 = 0.000375 \Delta p_{w1} = 0.0018 \text{ m}$$

$$s_{f3}^1 + s_{f3}^2 = 0.003 \Delta p_{w1} + \frac{1}{1000} \Delta p_{w2} \frac{1}{2} 6 = 0.0147 + 0.0195 = 0.0342 \text{ m}$$

El asiento acumulado será:

$z(\text{m})$	$s(\text{m})$
0	0.11
15	0.036
18	0.0342
24	0.0

El asiento es nulo en el punto inferior, y se va acumulando al ascender.

- d) El asiento producido dos años y medio después de comenzar el primer bombeo se puede calcular de forma análoga a los apartados anteriores, como se indica a continuación:

- Primer bombeo en el estrato superior:

$$T = \frac{2.5 \text{ años} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}}{(7.5 \text{ m})^2} = 0.70 \quad U_1 = 0.856$$

- Primer bombeo en el segundo estrato: será como en el caso anterior, es decir, $U_2=1$.
- Primer bombeo en el tercer estrato: de forma análoga al caso anterior se obtiene $U_3=1$.
- Segundo bombeo: en este caso se tendrá también $U_3=1$.

Por lo tanto, queda la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} s_{2.5} &= U_1(t_{2.5})s_{f1}^1 + U_2(t_{2.5})s_{f2}^1 + U_3(t_{2.5})s_{f3}^1 + U_3(t_1)s_{f3}^2 \\ s_{2.5} &= 0.856 \cdot 0.074 + 1.00 \cdot 0.0018 + 1.00 \cdot 0.0147 + 6.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{1000} \\ s_{2.5} &= 0.10 \text{ m} \end{aligned}$$

- e) De acuerdo con los resultados obtenidos en los apartados anteriores, al comenzar a construir el viaducto faltan todavía del orden de 10 mm de asiento por producirse y el único estrato que no ha alcanzado prácticamente el 100% del grado de consolidación es el superior, por lo que será éste último el único que se deberá tener en cuenta en el cálculo.

Para saber en cuánto tiempo se producirá el asiento total menos 5 mm, se deberá usar la relación:

$$U_1 = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \frac{c_v t}{H^2}\right)$$

Sustituyendo en la expresión del asiento final, se tiene

$$0.11 - 0.005 = 0.074U_1 + 1.0 \cdot 0.0018 + 1.0 \cdot 0.0147 + 1.0 \cdot 0.0195$$

$$U_1 = 0.932$$

Introduciendo el valor de U_1 en la expresión anterior con los datos del estrato superior ($c_v = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$; $H = 15 \text{ m}/2$) y despejando t , se obtiene un tiempo de 3.58 años.

EJERCICIO 11. Consolidación bajo naves industriales

Se desea cimentar una serie de naves industriales que transmiten un incremento de presión de 10 t/m^2 que puede suponerse uniformemente repartida, en un terreno constituido por un estrato arcilloso horizontal ($E_m^{\text{carga}}=750 \text{ t/m}^2$; $E_m^{\text{descarga}}=2500 \text{ t/m}^2$) limitado a 18 m de profundidad por una capa de gravas muy permeables y poco deformables (ver figura 11.1). El NF está situado en superficie e inicialmente el terreno está normalmente consolidado. En la zona intermedia del estrato (a $z=9 \text{ m}$) se encuentra una capa arenosa de pequeño espesor. Con objeto de inducir asientos antes de la construcción de las obras y así reducir los posteriores, se decide bombear desde una serie de sondeos que atraviesan todo el estrato y que pueden extraer agua tanto de las gravas inferiores como de la capa de arena intermedia. Sin embargo, y con objeto de optimizar el proceso de bombeo y determinar propiedades de terreno, se decide bombear inicialmente sólo desde la capa intermedia, lo cual se consigue disponiendo unos obturadores a 12 m de profundidad que impiden cualquier variación del nivel en las gravas. Durante el bombeo, el nivel de los sondeos se mantiene a la profundidad del estrato de arena. Al cabo de 12 días se mide un asiento en superficie igual al 40% del asiento final que produciría dicho bombeo con el sistema de aislamiento (obturadores). Posteriormente se elimina la función aislante de los obturadores y se prosigue con el bombeo manteniendo el mismo descenso, pero bombeando ahora también desde las gravas.

- Determinar el asiento final que producirán las naves industriales y el que producirá el bombeo en el caso de mantener los obturadores que aíslan a las gravas.
- Determinar el asiento final que producirá el bombeo en el caso de eliminar los obturadores que aíslan a las gravas.
- Determinar el coeficiente de consolidación del terreno.
- En la situación en la que se bombea de ambas capas permeables, ¿cuál será un asiento suficiente para parar el bombeo por haberse ya cumplido los objetivos del mismo?
- Estimar el tiempo para el que se alcanzará dicho asiento.
- Calcular el asiento que se produce al recuperarse los niveles piezométricos y antes de proceder a la construcción de las naves industriales, así como el tiempo en que se alcanzará el 95% de dicho asiento.
- Estimar el asiento adicional que producirá la construcción de las naves industriales, tras haber realizado el bombeo, y haberse ya recuperado los niveles piezométricos iniciales.

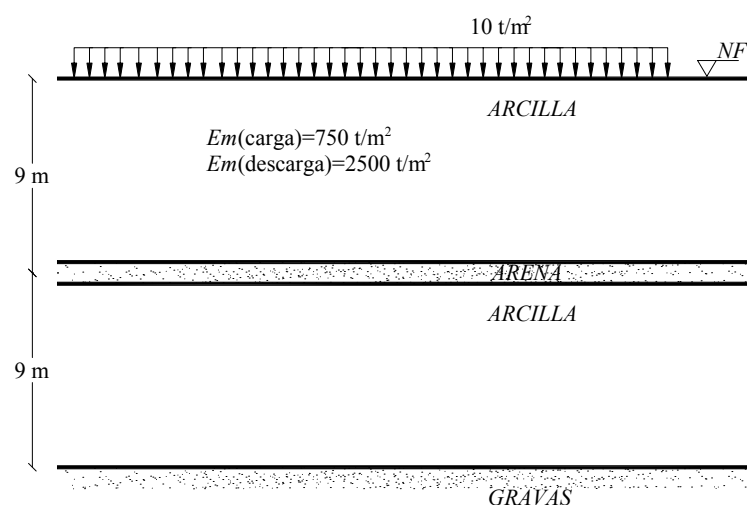


Fig. 11.1 Esquema del terreno

- En este primer apartado se debe calcular el asiento final que producirán, por una parte, las naves industriales y, por otra, el bombeo con los obturadores actuando. En la figura 11.2

El asiento final se puede estimar de nuevo mediante

$$s_f = \frac{1}{E_m^{\text{carga}}} \int_0^h \Delta \sigma' dz$$

lo que es equivalente a calcular el área de presiones intersticiales disipadas, es decir:

$$s_f^b = \frac{1}{750} \left[\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 \right] = 10.8 \text{ cm}$$

- b) Si se eliminan los obturadores, la evolución de las presiones intersticiales durante el proceso de consolidación inducido por el bombeo es la que se indica en la figura 11.4. Cabe señalar que las isocronas que se producen en este caso deben corresponder a la combinación del bombeo con obturadores durante los 12 primeros días y sin ellos los demás.

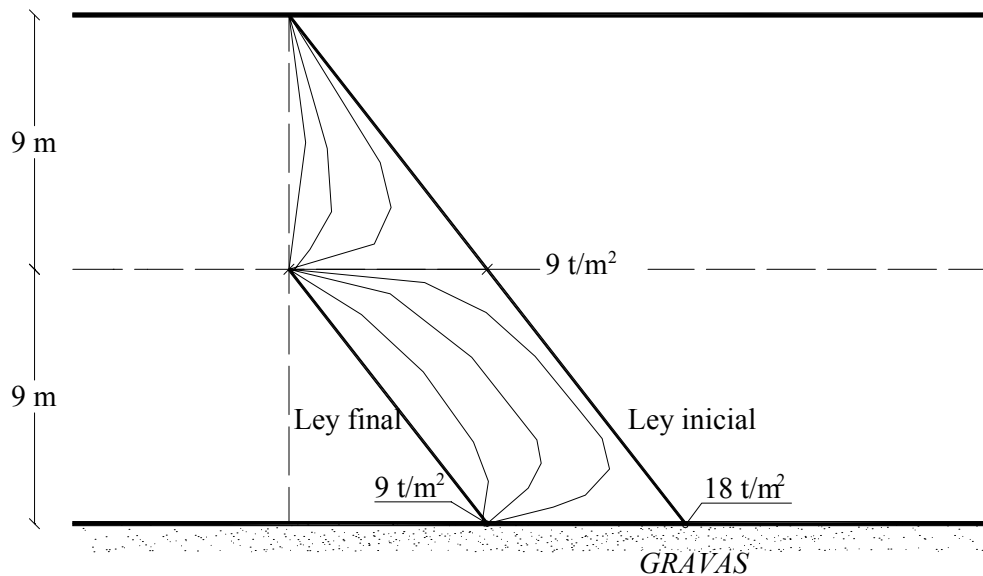


Fig. 11.4 Esquema de la evolución de las presiones intersticiales producidas por el bombeo sin la actuación de los obturadores

En este caso el asiento será

$$s_f^b = \frac{1}{750} \left[\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 + 9 \cdot 9 \right] = 16.2 \text{ cm}$$

Se puede observar que rebajar los niveles en las gravas merece la pena, ya que se obtiene un asiento final significativamente mayor ($s_f^b = 5.4 \text{ cm}$ más).

- c) El coeficiente de consolidación del terreno se puede estimar sabiendo, como indica el enunciado, que al cabo de doce días de bombeo con los obturadores actuando se alcanza un grado de consolidación de 0.4. Se tendrá

$$c_v = \frac{H^2 T}{t}$$

$$U = 0.4 \quad T = \frac{U^2 \pi}{4} = 0.126$$

donde H es la semidistancia entre bordes drenantes al ser ambos extremos permeables (ver esquema de flujos en la figura 11.5) y $t = 12$ días. Como puede observarse se ha utilizado la expresión del grado de consolidación correspondiente a tiempos adimensionales menores que 0.2, aunque a priori no se podía saber con seguridad si esta última condición se cumplía.

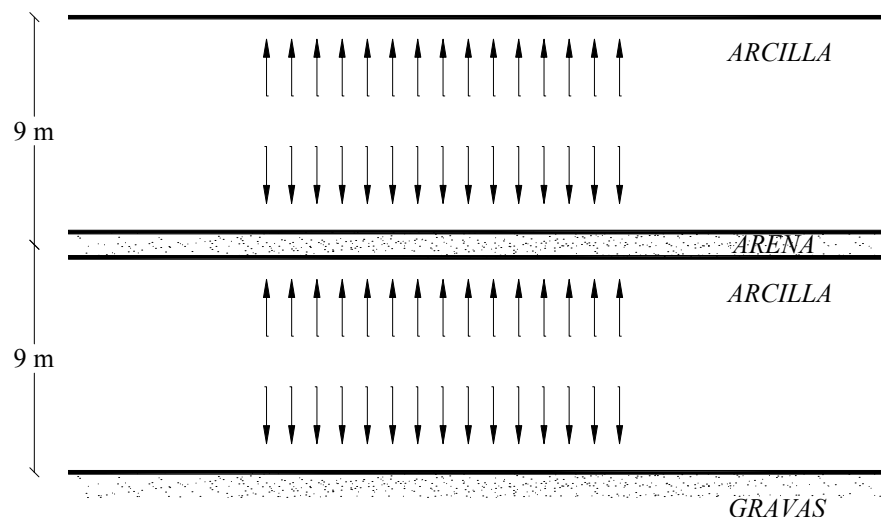


Fig.11.5 Dirección de los caudales producidos durante la consolidación

Operando se tiene

$$c_v = \frac{4.5^2 \cdot 0.126}{12 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 2.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 0.212 \text{ m}^2/\text{dia}$$

- d) En la situación en la que se bombea de ambas capas permeables, un asiento de referencia para dejar de bombear es el 95% del asiento final que produciría el bombeo sin obturadores, ya que entonces se asegura que el terreno ha consolidado de forma significativa hasta las zonas más alejadas de los bordes de drenaje. También es conveniente que el asiento final sea relativamente importante en comparación con el correspondiente a las naves industriales para tener una cierta seguridad de que se ha producido una consolidación suficiente del terreno para la construcción de las mismas.
- e) En este apartado se debe estimar el tiempo t necesario para alcanzar el asiento de referencia ($0.95 \cdot s_f^b$) indicado en el apartado anterior. Se deberá tener en cuenta que durante los primeros doce días se bombea con los obturadores actuando. Se tendrá

$$s_f^b = s_f^{b1} U_1(t) + s_f^{b2} U_2(t - 12 \text{ días})$$

donde s_f^{b1} y s_f^{b2} son las aportaciones al asiento debidas al bombeo con y sin la actuación de los obturadores (ver figura 11.6) que ya se han calculado anteriormente:

$$s_f^{b1} = 10.8 \text{ cm}$$

$$s_f^{b2} = \frac{1}{750} \left[\frac{1}{2} 9 \cdot 9 \right] = 5.4 \text{ cm}$$

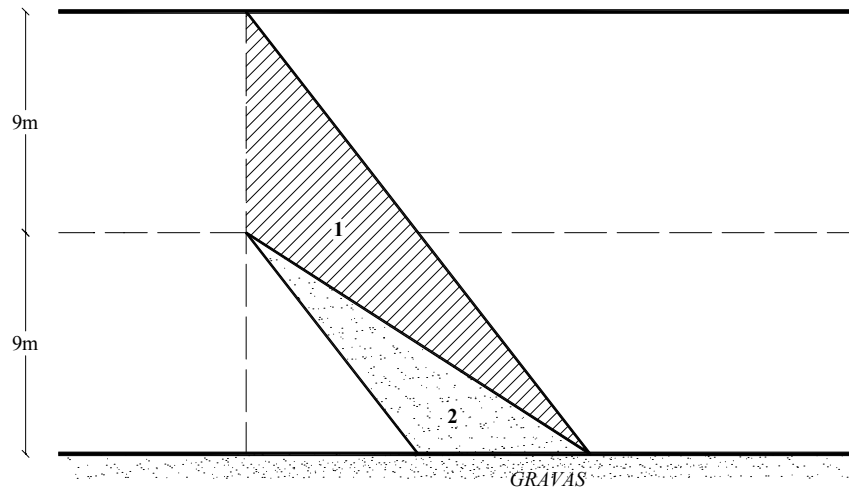


Fig. 11.6 Aportaciones al asiento del bombeo en la capa de arena (1; con los obturadores actuando) y en las gravas (2; incremento debido a la eliminación de los obturadores)

Se supondrá que $T > 0.2$, lo cual es en este caso prácticamente seguro:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{4}\right) \quad T = \frac{c_v t}{H^2}$$

Se tiene

$$0.95 \cdot s_f^b = 0.95 \cdot (10.8 + 5.4) = 10.8 \cdot \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 T_1}{4}\right)\right) + 5.4 \cdot \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 T_2}{4}\right)\right)$$

donde

$$T_1 = \frac{c_v t}{H^2} \quad T_2 = \frac{c_v (t - 12 \text{ días})}{H^2}$$

$$c_v = 0.21 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$H = 4.5 \text{ m}$$

El resultado, tras iterar en la expresión anterior, es $t = 113.29$ días. Ahora sólo falta verificar la suposición que se ha hecho de que $T > 0.2$. Resulta que $T = 1.175$ y, por lo tanto, la hipótesis era correcta.

- f) Al dejar de bombear se recuperarán los niveles piezométricos y, como consecuencia, también se recuperarán parte de los asientos producidos (descarga elástica) al hinchar el terreno. Este hinchamiento se desarrollará más rápidamente que en el proceso de consolidación anterior ya que en éste último también se producen deformaciones irreversibles (mayor deformación). Para el cálculo se supondrá, consecuentemente, que se sigue una rama de descarga a través del uso del módulo edométrico que le corresponde:

$$s^{\text{descarga}} = \frac{1}{E_m^{\text{descarga}}} \int_0^h \Delta \sigma' dz = \frac{1}{2500} \left[-\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 - 9 \cdot 9 \right] = -4.86 \text{ cm}$$

Para calcular el tiempo en el que se alcanzará el 95% de este asiento se utilizará la expresión

$$t = \frac{TH^2}{c_v}$$

donde $T = 1.129$ ($U = 0.95$). El coeficiente de consolidación deberá calcularse teniendo en cuenta el valor del módulo edométrico en descarga:

$$c_v = \frac{E_m^{\text{descarga}} K}{\gamma_w}$$

c_v puede obtenerse directamente sabiendo los módulos edométricos en carga y en descarga si se supone que la permeabilidad permanece constante:

$$c_v^{\text{descarga}} = \frac{E_m^{\text{descarga}}}{E_m^{\text{carga}}} c_v^{\text{carga}}$$

La permeabilidad K puede estimarse también a partir de la definición de coeficiente de consolidación, aunque en este caso no se pide ni es imprescindible su cálculo:

$$c_v = \frac{E_m K}{\gamma_w}$$

$$K = \frac{\gamma_w \cdot c_v^{\text{carga}}}{E_m^{\text{carga}}} = \frac{1 \text{ t/m}^3 \cdot 0.0245 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}}{750 \text{ t/m}^2} = 3.27 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$$

El coeficiente de consolidación en descarga será

$$c_v = \frac{2500}{750} \cdot 0.0245 \cdot 10^{-4} = 8.17 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 8.17 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Finalmente se obtiene

$$t = \frac{TH^2}{c_v} = \frac{1.129 \times 4.5^2}{8.17 \cdot 10^{-6}} = 32.40 \text{ días}$$

- g) La máxima variación de presión intersticial producida por los bombeos (9 t/m^2) es inferior a la que produce la construcción de las naves industriales en todos los puntos (10 t/m^2), por lo que se podrán hacer los cálculos directamente a partir de los asientos ya obtenidos. Si dicha situación no se hubiese producido, el cálculo correcto habría debido tener en cuenta que determinadas zonas quedaban sobreconsolidadas incluso después de construir las naves industriales y haber finalizado el proceso de consolidación inducido por ellas.

Suponiendo, de forma simplificada, que se alcanza el 100% de consolidación, con el bombeo se producirá un asiento de 16.2 cm y el hinchamiento posterior, tras parar el bombeo y dejar que se recuperen los niveles piezométricos, será de 4.9 cm. Por lo tanto, estos dos procesos suponen un asiento neto de 11.3 cm. Como las naves producen un asiento final de 24 cm, el asiento adicional que supondrá su construcción será de

$$s_{\text{adicional}} = 24 - 11.3 = 12.7 \text{ cm}$$

En teoría, ni el asiento debido al bombeo ni el hinchamiento posterior se producirán totalmente. Suponiendo que en ambos casos se alcanza el 95% de consolidación, el asiento que habría que restar sería de $11.3 \cdot 0.95 = 10.7 \text{ cm}$, y el asiento adicional de $24 - 10.7 = 13.3 \text{ cm}$.

EJERCICIO 12. Consolidación bajo un edificio

En un estrato arcilloso ($\gamma_n=2 \text{ t/m}^3$, $K=5 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$) de 30 m de espesor con superficie horizontal y geometría unidimensional, limitado inferiormente por una roca impermeable, se quiere cimentar un edificio de 30 m de ancho que va a transmitir una presión media de 20 t/m^2 , que puede suponerse uniformemente repartida. En la actualidad, el nivel freático del terreno se encuentra en superficie, pero existen registros en las cercanías de la zona que indican que en el pasado se produjeron descensos de nivel significativos. Dadas las características del terreno, interesa estimar, en particular, los asientos que sufrirá la estructura. Para ello, y dadas las dimensiones de la misma, se admite la hipótesis de condiciones edométricas en la vertical del centro del edificio, que es el punto que se toma como referencia para el cálculo de asientos. Para estudiar las características del terreno se extraen en dicha vertical tres muestras inalteradas de arcilla a profundidades de 5, 15 y 25 m, que son ensayadas edométricamente (los valores de la tabla adjunta corresponden a la modelación de los resultados obtenidos).

- Representar gráficamente los resultados de los ensayos, y obtener los índices de deformación edométrica de esta arcilla (C_c , C_s). Discutir si las muestras in situ estaban normalmente consolidadas o sobreconsolidadas. En el caso de estar sobreconsolidadas, relacionar el grado de sobreconsolidación con los rebajamientos de nivel anteriormente citados y cuantificarlos. Representar gráficamente, en función de la profundidad, las leyes de tensiones verticales efectivas actual y con rebajamiento de niveles.
- Se decide inicialmente apoyar el edificio directamente en superficie del terreno. Discutir, dada la potencia del estrato y la posibilidad de que el terreno se encuentre sobreconsolidado, si es realista calcular el asiento en superficie a largo plazo utilizando un único módulo edométrico medio (por ejemplo en el centro del estrato). Para estimar con mayor precisión dicho asiento, se decide considerar tres subestratos con módulos edométricos secantes diferentes correspondientes a los puntos de extracción de las muestras. Calcular en este caso el asiento final en superficie.
- Estimar el tiempo para el cual se alcanza el 95% del asiento final en superficie en las hipótesis de que todo el terreno se encuentre normalmente consolidado o que todo él esté sobreconsolidado, tomado como parámetros para el cálculo los correspondientes al centro del estrato. Comentar los resultados obtenidos. Estimar el sistema de drenaje que habría que disponerse en el primer caso (terreno normalmente consolidado), para que el tiempo en el que se alcanza el 95% de consolidación sea el mismo que en el caso de terreno sobreconsolidado sin drenes.

Debido a que la construcción del edificio debe comenzarse de inmediato, se descarta la opción de aplicar una precarga e instalar drenes. Con objeto de reducir los asientos y que éstos se produzcan en plazos más cortos, se decide excavar hasta una cierta profundidad d , de forma que el terreno se sobreconsolide, y apoyar a esta cota el edificio mediante una losa impermeable. Por otro lado, para que la estructura sea estanca, se prevé construir una capa de material drenante en todo el perímetro de la excavación, para recoger el agua que fluya del terreno y posteriormente bombearla al exterior.

- Obtener la relación entre la profundidad excavada (d) y la presión a soportar ($\Delta\sigma$), para que todos los puntos del terreno se encuentren sobreconsolidados tras aplicar dicha presión. Para la presión de cálculo (20 t/m^2), obtener en dicho caso la profundidad mínima de excavación, y predecir para la misma el asiento a largo plazo y el tiempo para el que se alcanza el 95% del mismo. Discutir si habría alguna diferencia en la relación entre la profundidad excavada (d) y la presión que se deberá soportar, para que todos los puntos del terreno se encuentren sobreconsolidados tras aplicar dicha presión, en el caso de que el material drenante se dispusiese dentro de la estructura y ésta fuese significativamente más impermeable que el terreno.

Una vez construido el edificio, se establece a largo plazo un régimen estacionario de flujo que produce un cierto caudal hacia la capa drenante. Estimar la red bidimensional de flujo correspondiente y obtener el caudal que deberá bombearse desde la capa de material drenante.

Tabla 12.1. Resultados de los ensayos edométricos.

$\sigma'(\text{t/m}^2)$	1	5	10	20	30	40	50
$z = 5\text{m}$	0.900	0.890	0.885	0.795	0.742	0.704	0.675
$z = 15\text{m}$	0.764	0.754	0.749	0.745	0.742	0.704	0.675
$z = 20\text{m}$	0.728	0.718	0.713	0.709	0.706	0.704	0.675

a) En la figura 12.1 se representan gráficamente los resultados de los ensayos (tabla 12.1).

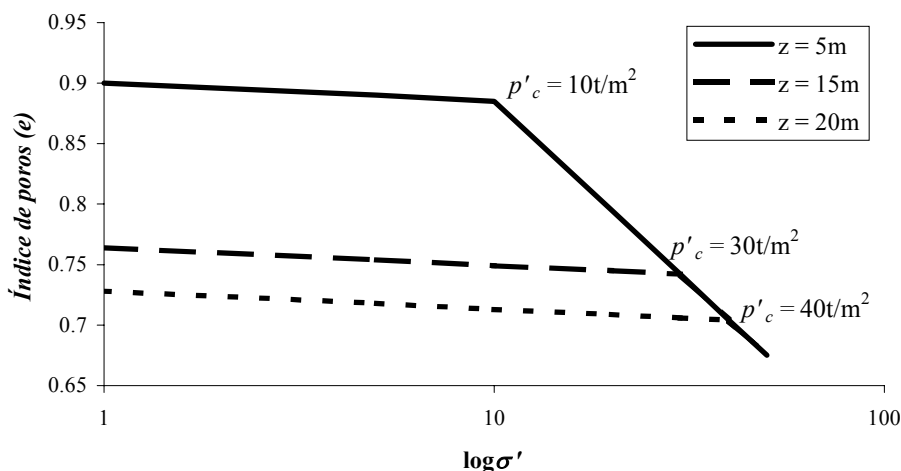


Fig. 12.1 Evolución del índice de poros con la tensión vertical efectiva

Teniendo en cuenta la figura 12.1 se pueden obtener los índices de deformación edométrica del suelo. En primer lugar se calcula el índice de compresión (C_c) a partir de los resultados en la rama noval:

$$C_c = -\frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma')} = -\frac{0.675 - 0.885}{\log 50 - \log 10} = 0.3$$

En cuanto al índice de hinchamiento (C_s), puede calcularse a partir de los resultados en ramas de descarga:

$$C_s = -\frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma')} = -\frac{0.704 - 0.728}{\log 40 - \log 1} = 0.015$$

Ahora se trata de discutir si las muestras estaban normalmente consolidadas o sobreconsolidadas en el terreno. Para ello, es necesario comparar las tensiones efectivas in situ de cada muestra (σ'_{IS}):

$$\begin{aligned} z = 5\text{ m} & \quad \sigma'_{IS} = \gamma_{sum} z = 5\text{ t/m}^2 \\ z = 15\text{ m} & \quad \sigma'_{IS} = 15\text{ t/m}^2 \\ z = 25\text{ m} & \quad \sigma'_{IS} = 25\text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

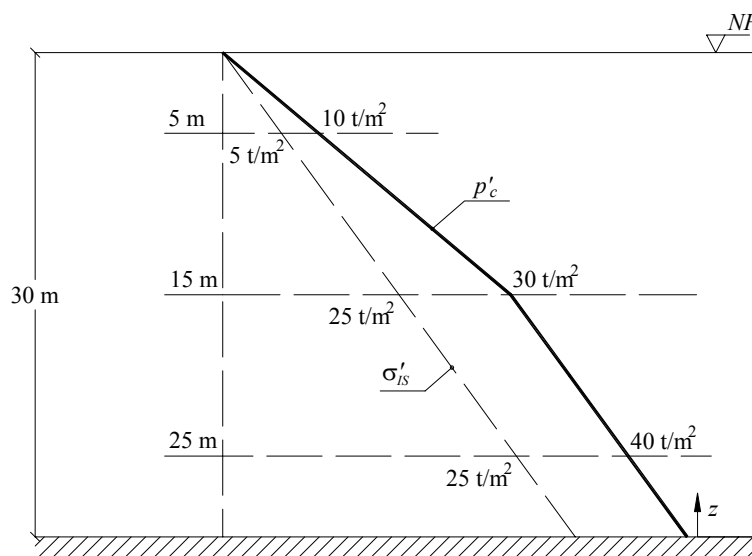
con las presiones de preconsolidación correspondientes de los ensayos edométricos realizados. Estas presiones de preconsolidación pueden estimarse a partir de la figura 12.1 determinando los puntos de contacto entre las ramas de descarga y noval obtenidas. En la tabla 12.2 se muestran los resultados.

Tabla 12.2. Análisis de la sobreconsolidación del suelo.

$z(\text{m})$	$\sigma'_{IS}(\text{t/m}^2)$	$p'_c(\text{t/m}^2)$	Comparación	Tipo suelo
5	5	10	$\sigma' < p'_c$	Sobreconsolidado
15	15	30	$\sigma' < p'_c$	Sobreconsolidado
25	25	40	$\sigma' < p'_c$	Sobreconsolidado

La sobreconsolidación del suelo estará relacionada con la historia de tensiones efectivas ($\sigma' = \sigma - u$) que el mismo haya sufrido. Si las tensiones efectivas se han incrementado por aumentos de tensiones totales o disminuciones de presiones intersticiales y después han disminuido por procesos contrarios a los anteriores, el suelo habrá quedado en situación sobreconsolidada. Esto se puede relacionar, por ejemplo, con posibles rebajamientos de nivel piezométrico que se hayan podido producir en el pasado, como sugiere el enunciado, y que hayan provocado una disminución de la presión intersticial y un aumento consecuente de tensión efectiva.

En la figura 12.2 se muestran gráficamente las tensiones verticales efectivas in situ y las presiones de preconsolidación deducidas para las tres profundidades analizadas. La diferencia entre ambas puede en principio relacionarse con el tipo de incremento de tensión efectiva sufrido en el pasado. Así, por ejemplo, si la sobreconsolidación ha sido producida por una carga exterior extensa, dicho incremento debiera ser sensiblemente constante con la profundidad y coincidente con el valor de la carga aplicada. En cambio, si ha sido producida por una variación de los niveles piezométricos en uno de los extremos del estrato, se debiera observar una variación aproximadamente lineal de los incrementos de tensión efectiva, con el valor extremo coincidente con la variación de nivel inducida. En el caso de rebajamiento del NF, con leyes de tipo hidrostático antes y después de la variación del mismo, la diferencia debiera ser, a partir del punto más bajo alcanzado por el NF, sensiblemente constante y coincidente con la diferencia de presión intersticial producida, y aumentar de forma más o menos lineal en la zona superior de variación del NF.



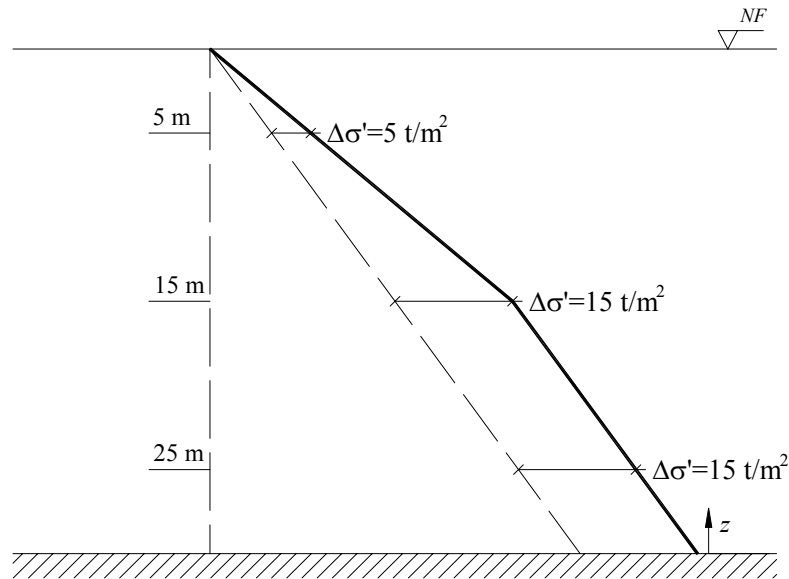


Fig. 12.2 Leyes de tensiones efectivas in situ y de presiones de preconsolidación en el terreno

De la figura 12.2 y de acuerdo con los comentarios anteriores puede deducirse que, como sugiere el enunciado, es probable que se haya producido un rebajamiento del NF en el pasado. A continuación se analiza su valor probable r :

$$\begin{aligned}\Delta p'_c(z) &= p'_c(z) - \sigma'_{fs}(z) \\ z = 5 \text{ m} \quad \Delta p'_c(z) &= 10 - 5 = 5 \text{ t/m}^2 \\ z = 15 \text{ m} \quad \Delta p'_c &= 30 - 15 = 15 \text{ t/m}^2 \\ z = 25 \text{ m} \quad \Delta p'_c &= 40 - 25 = 15 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

De estos resultados puede deducirse que el rebajamiento del NF fue de unos 15 m.

- b) En este apartado se plantea en primer lugar la posibilidad de calcular el asiento en superficie utilizando un único módulo edométrico medio. Al respecto debe tenerse en cuenta que debido a que la ley $e-\sigma'$ es no lineal en un suelo (ley de tipo logarítmico al menos hasta confinamientos no muy elevados), el módulo edométrico varía con el confinamiento y, consecuentemente, también varía con la profundidad, incluso en un terreno homogéneo. Si el terreno es de poca potencia puede suponerse, en primera aproximación y sin gran error, que el módulo es constante. Sin embargo, en un terreno de gran potencia pueden cometerse errores importantes si no se subdivide en varios substratos con módulos diferentes ajustados al confinamiento al que está sometido cada uno de ellos. Si además se añade el hecho de que el terreno esté sobreconsolidado, con la variación de módulos que ello significa dependiendo de la situación específica de cada punto (uso de C_s en vez de C_c), el utilizar un estrato con un único módulo edométrico medio puede ser muy poco realista.

La segunda opción que se plantea es calcular el asiento en superficie dividiendo el terreno en varios substratos (en este caso tres) con módulos edométricos secantes diferentes. De acuerdo con lo indicado en el apartado anterior, este planteamiento es más realista. La definición de módulo edométrico es la siguiente:

$$\begin{aligned}E_m &= \frac{1 + e_0}{a_v} \\ a_v &= - \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'}\end{aligned}$$

Se ha de tener en cuenta que, al estar el terreno sobreconsolidado, en el proceso de carga el terreno seguirá inicialmente la rama de recarga, donde el suelo es menos deformable (C_s), hasta llegar eventualmente a la rama noval, en la que el suelo es más deformable (C_c). De acuerdo con el enunciado, el edificio transmitirá una presión media al terreno de $\Delta\sigma = 20 \text{ t/m}^2$. Como el estrato de terreno está sobreconsolidado en todas las profundidades y la máxima sobreconsolidación es de 15 t/m^2 , el incremento de carga inducido por el edificio hará que en todos los puntos se llegue a alcanzar la rama noval. Consecuentemente se deberá dividir el incremento de carga en dos, uno inicial que seguirá la rama de recarga y otro final que seguirá la rama noval. En el caso de cada una de las tres muestras se tendrá:

$$\begin{aligned}\sigma'_f &= \sigma'_0 + \Delta\sigma' = \underbrace{\sigma'_0}_{\text{Tensión inicial}} + \underbrace{\Delta\sigma'_1}_{\text{Rama de descarga}} + \underbrace{\Delta\sigma'_2}_{\text{Rama noval}} = \\ &= \underbrace{\sigma'_0}_{\text{Tensión inicial}} + \underbrace{(p'_c - \sigma'_0)}_{\text{Rama de descarga}} + \underbrace{(\sigma'_f - p'_c)}_{\text{Rama noval}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z = 5 \text{ m} \quad \sigma'_f &= \underbrace{5 \text{ t/m}^2}_{\text{Tensión inicial}} + \underbrace{5 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama de descarga}} + \underbrace{15 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama noval}} \\ z = 15 \text{ m} \quad \sigma'_f &= \underbrace{15 \text{ t/m}^2}_{\text{Tensión inicial}} + \underbrace{15 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama de descarga}} + \underbrace{5 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama noval}} \\ z = 25 \text{ m} \quad \sigma'_f &= \underbrace{25 \text{ t/m}^2}_{\text{Tensión inicial}} + \underbrace{15 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama de descarga}} + \underbrace{5 \text{ t/m}^2}_{\text{Rama noval}}\end{aligned}$$

Por lo tanto, para $z = 5 \text{ m}$ se tiene que:

$$\begin{aligned}E_m^1 &= \frac{(1+e_0) \cdot \Delta\sigma'_1}{C_s \cdot \log \frac{p'_c}{\sigma'_0}} = \frac{(1+0.890) \cdot 5}{0.015 \cdot \log \frac{10}{5}} = 2093 \text{ t/m}^2 \\ E_m^2 &= \frac{(1+e_0) \cdot \Delta\sigma'_2}{C_c \cdot \log \frac{\sigma'_1}{p'_c}} = \frac{(1+0.885) \cdot 15}{0.30 \cdot \log \frac{25}{10}} = 237 \text{ t/m}^2 \\ s_1 &= \sum \frac{h_i}{E_m^i} \Delta\sigma'_i = \frac{10}{2093} 5 + \frac{10}{237} 15 = 0.657 \text{ m}\end{aligned}$$

Para $z = 15 \text{ m}$:

$$\begin{aligned}E_m^1 &= \frac{(1+0.747) \cdot 15}{0.015 \cdot \log \frac{30}{15}} = 5803 \text{ t/m}^2 \quad E_m^2 = \frac{(1+0.742) \cdot 5}{0.30 \cdot \log \frac{35}{30}} = 434 \text{ t/m}^2 \\ s_2 &= \sum \frac{h_i}{E_m^i} \Delta\sigma'_i = \frac{10}{5803} 15 + \frac{10}{434} 5 = 0.141 \text{ m}\end{aligned}$$

Y para $z = 25 \text{ m}$:

$$\begin{aligned}E_m^1 &= \frac{(1+0.7075) \cdot 15}{0.015 \cdot \log \frac{40}{25}} = 8365 \text{ t/m}^2 \quad E_m^2 = \frac{(1+0.704) \cdot 5}{0.30 \cdot \log \frac{45}{40}} = 555 \text{ t/m}^2 \\ s_3 &= \sum \frac{h_i}{E_m^i} \Delta\sigma'_i = \frac{10}{8365} 15 + \frac{10}{555} 5 = 0.108 \text{ m}\end{aligned}$$

Por lo tanto, el asiento final será

$$s_f = s_f^1 + s_f^2 + s_f^3 = 0.657 + 0.141 + 0.108 = 0.906 \text{ m}$$

- c) En este apartado se debe estimar el tiempo para el cual se alcanza el 95% del asiento final ($T = 1.129$) en los casos de terreno normalmente consolidado y sobreconsolidado homogéneo. Se tendrá

$$s_{95\%} = U_{95\%} \cdot s_f = 0.95 \cdot 0.906 \text{ m} = 0.86 \text{ m}$$

$$t = \frac{TH^2}{c_v} \quad c_v = \frac{KE_m}{\gamma_w}$$

donde $H = 30 \text{ m}$ por haber un solo lado drenante. Como indica el enunciado, se utilizará el módulo edométrico correspondiente al punto medio del estrato, diferenciando los casos de suelo normalmente consolidado o sobreconsolidado, cuyos módulos edométricos se han calculado ya en el apartado anterior ($E_m = 434 \text{ t/m}^2$ y $E_m = 5803 \text{ t/m}^2$ respectivamente). Con esto se tiene

$$\text{Sobreconsolidado: } E_m = 5803 \text{ t/m}^2 \quad c_v = 2.51 \text{ m}^2/\text{día} \quad t = 406 \text{ días}$$

$$\text{Normalmente consolidado: } E_m = 434 \text{ t/m}^2 \quad c_v = 0.187 \text{ m}^2/\text{día} \quad t = 14.9 \text{ años}$$

Como puede observarse, la diferencia de tiempos es significativa. Esto es debido al diferente coeficiente de consolidación que resulta en cada caso, que a su vez es consecuencia de la diferencia entre módulos edométricos. El suelo sobreconsolidado tiene que deformarse menos y, por lo tanto, alcanza antes el 95% de consolidación.

Por último, se pide estimar el sistema de drenaje necesario (separación entre drenes e) para que el tiempo en el que se alcanza el 95% de consolidación con terreno normalmente consolidado sea el mismo que en el caso de terreno sobreconsolidado sin drenes (1.11 años). Para ello se tendrá en cuenta, de forma aproximada, la consolidación acoplada vertical y radial. En primer lugar se calcula la contribución de la consolidación vertical:

$$t = 1.11 \text{ años} \quad T = \frac{t \cdot c_v}{H^2} = \frac{1.11 \text{ años} \cdot (0.187 \text{ m}^2/\text{día}) \cdot (365 \text{ día/año})}{(30 \text{ m})^2}$$

$$T = 0.0842 \quad \Rightarrow \quad U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} = 0.327$$

Así, con este dato, se podrá calcular el grado de consolidación radial necesario:

$$U_{rz} = 1 - (1 - U_r)(1 - U_z)$$

$$U_r = 1 - \frac{1 - U_{rz}}{1 - U_z} = 0.9256 \quad \Rightarrow \quad T = 0.968$$

Finalmente, se podrá calcular la separación de drenes (e), suponiendo que el terreno es isótropo, a partir de:

$$T = \frac{t \cdot c_v}{\left(\frac{e}{2}\right)^2} \quad \frac{e}{2} = \sqrt{\frac{t \cdot c_v}{T}} = 8.85 \text{ m}$$

$$e = 17.70 \text{ m}$$

- d) En la situación que plantea el enunciado, se descarta la opción de aplicar una precarga e instalar drenes, ya que el edificio debe comenzarse a construir de inmediato, y se decide excavar hasta una cierta profundidad d , de forma que el terreno se sobreconsolide y los asientos se reduzcan y se desarrollen más rápidamente. Así mismo, se decide apoyar el

edificio mediante una losa impermeable. Por otro lado, para que la estructura sea estanca, se prevé la construcción de una capa de material drenante en todo el perímetro de la excavación, para recoger el agua que fluya del terreno y posteriormente bombearla al exterior.

En estas circunstancias puede suponerse que en la superficie de la excavación (bajo la losa) la presión intersticial de agua será cero y aumentará hidrostáticamente con la profundidad, lo cual no es estrictamente cierto pero puede ser suficientemente aproximado en especial lejos del perímetro de la excavación. El efecto conjunto de la excavación (disminución tanto de las tensiones totales como las presiones intersticiales de agua respecto de la situación inicial) hará que las tensiones efectivas disminuyan (inicialmente $\sigma'_0 = \gamma_{sum} \cdot z$ y tras la excavación $\sigma'_e = \gamma_{sum} \cdot (z-d)$) y que, por lo tanto, no aumente la sobreconsolidación del suelo respecto de la inicial ($p'_c(z)$ obtenida anteriormente; ver figura 12.2).

Al construir el edificio la tensión efectiva aumentará en un valor $\Delta\sigma$ y pasará a ser $\sigma'_f = \gamma_{sum} \cdot (z-d) + \Delta\sigma$. La condición a imponer es que esta tensión efectiva no supere en ningún punto en ningún punto del estrato (potencia H) a la presión de preconsolidación:

$$\sigma'_f = \gamma_{sum} \cdot (z-d) + \Delta\sigma \leq p'_0(z) \quad \forall z / H \geq z \geq d$$

$$d \geq z + \frac{\Delta\sigma - p'_0(z)}{\gamma_{sum}} \quad \forall z / H \geq z \geq d$$

En la figura 12.3 se ha representado gráficamente la obtención del valor de d para el caso del problema ($\Delta\sigma = 20 \text{ t/m}^2$, $\gamma_{sum} = 1 \text{ t/m}^3$ y p'_0 el de la figura 12.2). Como puede verse, al ser siempre la pendiente de incremento de la presión de preconsolidación mayor o igual que la de las tensiones efectivas, el punto más crítico será el más superficial tras la excavación, y la condición para estimar d resultará ser $\Delta\sigma = p'_0$, lo cual puede comprobarse tanto gráficamente como en la expresión anterior imponiendo $z = d$ (situación más crítica). En este caso esta condición da como resultado $z = d = 10 \text{ m}$.

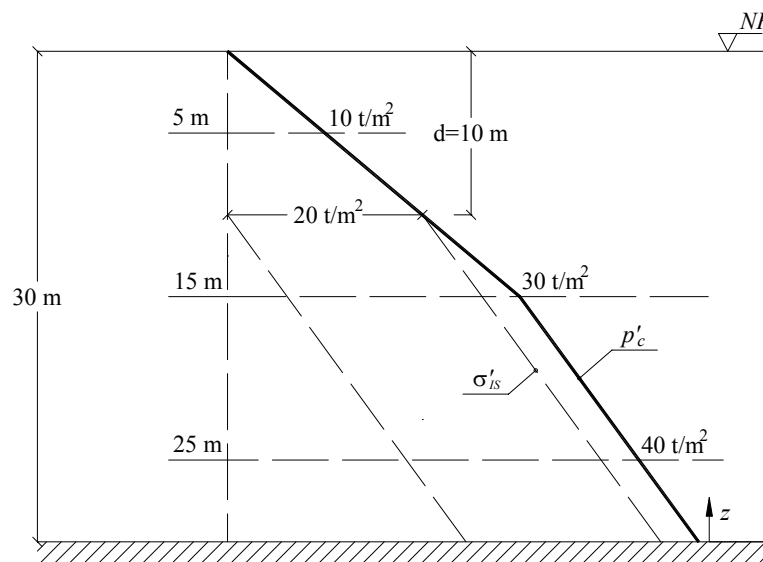


Fig. 12.3 Obtención gráfica del valor d para los datos del problema

El enunciado pide también la estimación del asiento que se produce a largo plazo y del tiempo para el que se alcanza el 95% del mismo en el caso de la profundidad obtenida. Para ello pueden utilizarse los mismos métodos planteados en apartados anteriores. En el caso del asiento, el cálculo puede llevarse a cabo subdividiendo el estrato en varios substratos para aumentar la

precisión, aunque entonces la estimación de los grados de consolidación no es posible mediante las expresiones de la teoría de la consolidación unidimensional para terrenos homogéneos. Sin embargo, por simplicidad, va a utilizarse un único estrato caracterizado a través de su punto medio. Al estar el terreno sobreconsolidado durante todo el proceso de carga, deberán utilizarse módulos edométricos en descarga. No se van a tener en cuenta los hinchamientos producidos por la excavación ya que no afectarán a la estructura. El asiento producido por la carga del terreno debida a los edificios será

$$E_m = \frac{(1+e_0) \cdot \Delta\sigma'}{C_s \cdot \log \frac{\sigma'_0 + \Delta\sigma'}{\sigma'_0}} = \frac{(1+0.713) \cdot 20}{0.015 \cdot \log \frac{30}{10}} = 4787 \text{ t/m}^2$$

$$s = \frac{h}{E_m} \Delta\sigma' = \frac{20}{4787} 20 = 8.36 \text{ cm}$$

En esta expresión se ha tomado como índice de poros inicial (e_0) el correspondiente a la profundidad de 20 m (punto medio del estrato) y $\sigma'_0 = 10 \text{ t/m}^2$ (confinamiento efectivo tras la excavación) en las curvas edométricas aportadas por el enunciado.

En cuanto al tiempo para el que se alcanza el 95% del asiento ($0.95 \cdot 8.36 \text{ cm} = 7.94 \text{ cm}$), pueden utilizarse también las expresiones planteadas en apartados anteriores:

$$t = \frac{TH^2}{c_v} \quad c_v = \frac{KE_m}{\gamma_w}$$

$$t = \frac{TH^2 \gamma_w}{KE_m} = \frac{1.129 \cdot 20^2 \cdot 1}{5 \cdot 10^{-9} \cdot 4787} = 0.6 \text{ años}$$

En el caso de que el fondo de la excavación quedase impermeabilizado por la losa por no colocarse la capa drenante debajo sino encima de la estructura, cambiarían las presiones intersticiales en el terreno y, consecuentemente, también lo harían las tensiones efectivas y la profundidad de excavación d anteriormente obtenida. En estas circunstancias, y si la estructura fuese mucho más impermeable que el terreno, podría suponerse que en la superficie de la excavación (bajo la losa) la presión intersticial de agua es la inicial hidrostática del terreno (sin excavación) y que aumenta hidrostáticamente con la profundidad. Esta hipótesis no es estrictamente cierta pero puede ser suficientemente aproximada, en especial lejos del perímetro de la excavación. De nuevo, el efecto de la misma (disminución de las tensiones totales y mantenimiento, en este caso, de las presiones intersticiales de agua respecto de la situación inicial sin excavación) hará que las tensiones efectivas disminuyan (inicialmente $\sigma'_0 = \gamma_{sum} \cdot z$ y tras la excavación $\sigma'_e = \gamma_n \cdot (z-d) - \gamma_w \cdot z = \gamma_{sum} \cdot (z-d) - \gamma_w \cdot d$). Por lo tanto tampoco aumentará en este caso la sobreconsolidación del suelo respecto de la inicial $p'_c(z)$ obtenida anteriormente (ver figura 12.2).

Al construir el edificio la tensión efectiva aumentará en un valor $\Delta\sigma$ y pasará a ser $\sigma'_f = \gamma_{sum} \cdot (z-d) - \gamma_w \cdot d + \Delta\sigma$. La condición a imponer será en este caso:

$$\sigma'_f = \gamma_{sum} \cdot (z-d) - \gamma_w \cdot d + \Delta\sigma \leq p'_0(z) \quad \forall z / H \geq z \geq d$$

$$d \geq \frac{\gamma_{sum} \cdot z + \Delta\sigma - p'_0(z)}{\gamma_n} \quad \forall z / H \geq z \geq d$$

Suponiendo que la situación más crítica se produce, como en el primer caso, en $z = d$ y que p'_0 puede expresarse como $p'_0 = \alpha \cdot z$, con α un parámetro con unidades de peso específico, se obtiene, a partir de la expresión anterior:

$$d \geq \frac{\Delta\sigma}{\gamma_w + \alpha} \text{ con } z \leq H$$

En el caso planteado en el enunciado (ver figura 12.2), α vale 2 t/m^3 para $z \leq 15 \text{ m}$ (antes del quiebro intermedio) y d resulta ser 6.67 m en la expresión anterior. Podía deducirse a priori que d iba a salir menor que 15 m , ya que como en este caso las tensiones efectivas se reducen más que en el anterior, en el que la capa drenante se colocaba bajo la losa (por las presiones intersticiales que se producen en cada caso), las tensiones efectivas quedan más alejadas de las presiones de preconsolidación y se necesita menor profundidad de excavación ($d < 10 \text{ m}$) para asegurar que todo el terreno quede sobreconsolidado. Si d hubiese salido mayor que 15 m se hubiese tenido que adaptar la expresión de p_0' a la real, tras el quiebro (figura 12.2). Dicha ley es $p_0' = \beta + \alpha \cdot z$ para $z \geq 15 \text{ m}$ con $\beta = 30 \text{ t/m}^3$ y $\alpha = 1 \text{ t/m}^3$.

- e) En la figura 12.4 se muestra la red ortogonal de flujo pedida, tras haber impuesto las condiciones de contorno y la semejanza de los diferentes cuadriláteros curvilíneos que aparecen.

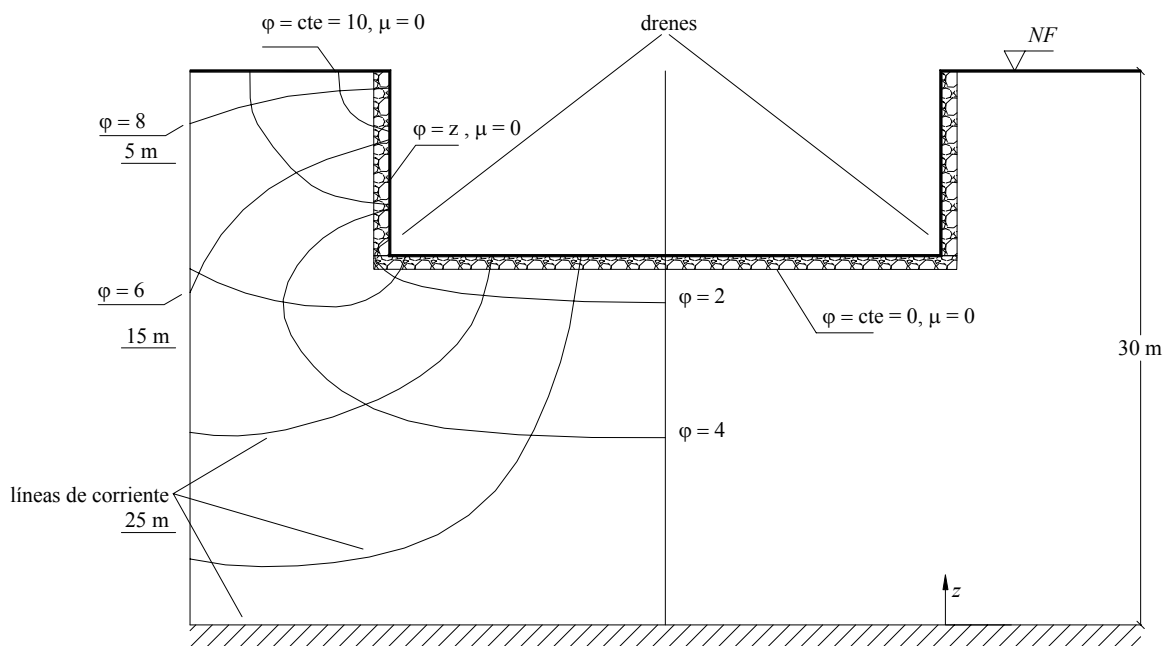


Fig. 12.4 Aproximación de la red de flujo

Por simplificación se supondrá que el caudal de todos los tubos es el mismo, así que se tomará el Δh total = 10. Si se considera una de las celdas, el caudal a bombear, de acuerdo con dicha red de flujo será:

$$Q_{Total} = K \cdot n^{\circ} \text{ de tubos} \cdot \Delta h_{\text{entre equipotenciales}} \cdot \alpha$$

$$Q_{Total} = 4.32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{dia} \cdot 2 \cdot 6 \text{ tubos} \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 = 1.037 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{m dia}}$$

EJERCICIO 13. Consolidación en terreno arcilloso con capa de arena intermedia

Se va a construir una nave industrial de grandes dimensiones (sobrecarga de 5 t/m^2 que puede suponerse uniformemente repartida) sobre un terreno compuesto por una capa de arcilla saturada (NF en superficie) de 21 m de espesor, apoyada sobre un estrato de gravas prácticamente indeformable. Para el reconocimiento se han realizado varios sondeos que han revelado la existencia de una capa granular de 1 m de espesor, así mismo casi indeformable, intercalada en la arcilla y dividiendo a ésta en dos subestratos de igual espesor ($E_m=300 \text{ t/m}^2$, $K=2 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$ en el estrato superior, y $E_m=600 \text{ t/m}^2$, $K=1 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$ en el estrato inferior). Los sondeos se han entubado con una camisa de PVC y, en uno de ellos, se ha dejado una rejilla tanto a la altura del estrato intermedio granular como en el fondo del sondeo, coincidiendo con la capa de gravas. Con ello se pretende poder rebajar el nivel piezométrico en ambos estratos granulares, el intermedio y el inferior, sin más que bombear agua de dicho sondeo hasta alcanzar la altura deseada. Se pide:

- Obtener la variación del asiento final producido por el rebajamiento en el sondeo con rejilla, en función del descenso h del nivel de agua provocado, suponiendo que aún no se ha construido la nave. Dibujar la ley h -asiento final y las leyes de presiones intersticiales inicial y final, y una isocrona intermedia, para varios casos representativos.
- Calcular el asiento final producido por la nave industrial si se mantiene en superficie el nivel de agua del sondeo con rejilla, así como el asiento a 1 año y el tiempo necesario para alcanzar el 95% de consolidación. Calcular el descenso que debería imponerse en dicho sondeo para que en un año, antes de la construcción de la nave industrial, se consiguiera el asiento final que produciría la misma.

Con objeto de acelerar el proceso de consolidación se decide estudiar el efecto combinado del rebajamiento del nivel piezométrico en el sondeo con rejilla, con la construcción de un terraplén de 2.5 m de altura ($\gamma_n=2 \text{ t/m}^3$). Se pide:

- Obtener el descenso que debe mantenerse en el sondeo con rejilla para que, conjuntamente con el terraplén, se alcance en dos meses el asiento final que produciría la nave industrial. Dibujar las leyes de presiones intersticiales iniciales, tras dos meses y las finales. Si se impone el descenso máximo posible en el sondeo con rejilla, es decir hasta la capa de gravas, obtener en qué plazo de tiempo se llega a dicho asiento y cuál es el grado de consolidación correspondiente.

Por último se supone otro caso consistente en rebajar 10 m durante 2 meses el nivel de agua en el sondeo con rejilla, al cabo de los cuales se empezará a construir la nave industrial. Se pide:

- Obtener durante qué plazo de tiempo se deberá mantener el nivel de agua rebajado para conseguir el asiento que produciría la nave industrial en caso de no bombear.

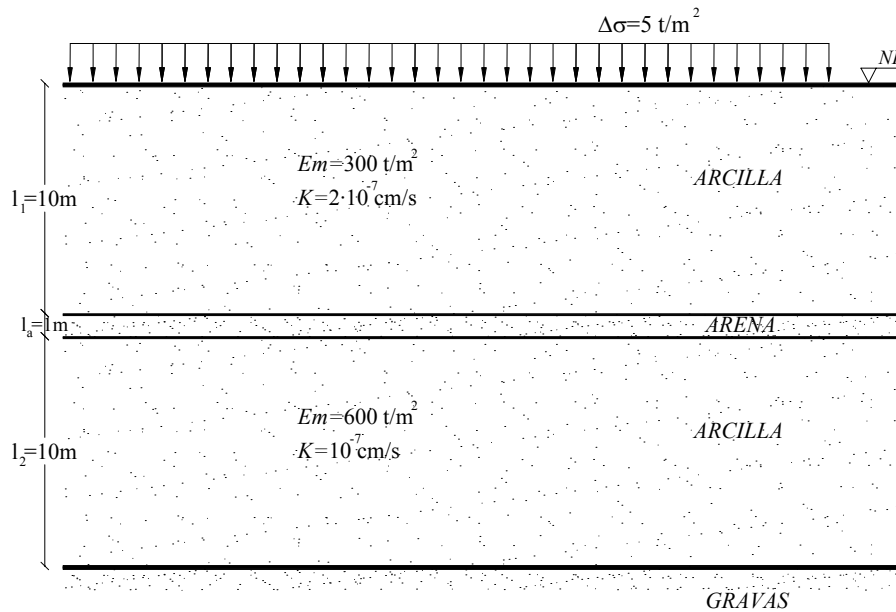
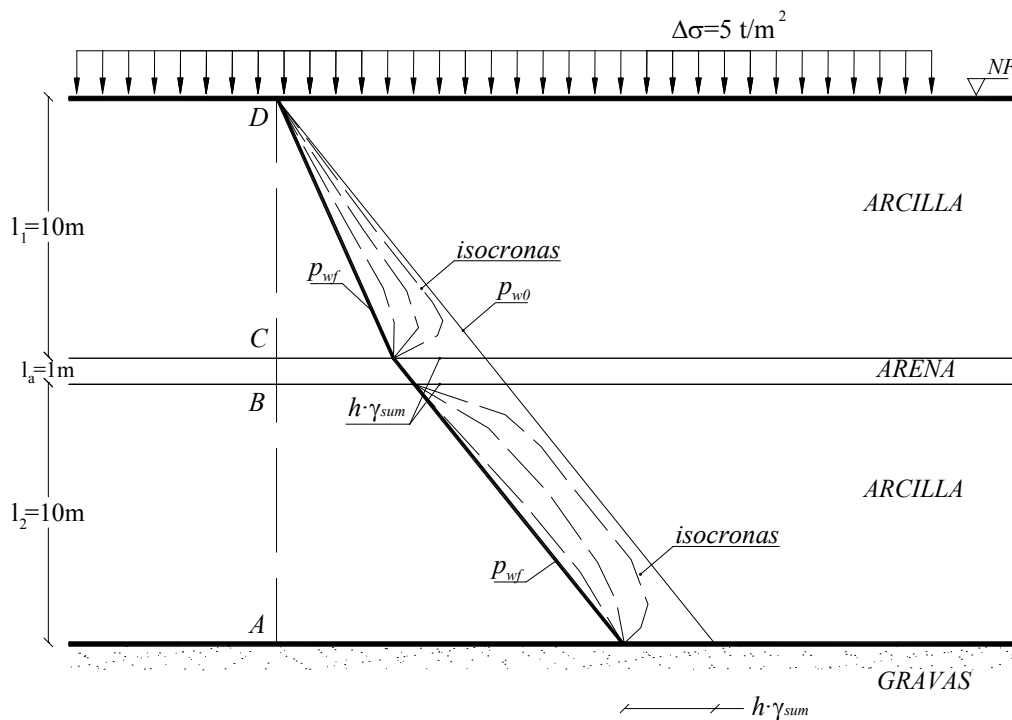


Fig. 13.1 Esquema del terreno

- a) En este primer apartado se debe obtener la variación del asiento final en función del descenso h del nivel de agua provocado. En la figura 13.2 se pueden observar las leyes de presiones intersticiales en el terreno en el caso de que h sea inferior a 10 m. Inicialmente se tiene aplicada una presión hidrostática p_{w0} . El descenso de nivel h en el sondeo producirá una disminución de presión intersticial $h \cdot \gamma_w$ tanto en la capa de arena como en la de gravas, que iniciará un proceso de consolidación de los estratos de arcilla hasta alcanzar en ellos una presión intersticial p_{wf} a largo plazo.

Fig. 13.2 Presiones intersticiales en el terreno en el caso $h < 10 \text{ m}$

El asiento final estará compuesto por la suma de las aportaciones de cada uno de los dos estratos de arcilla:

$$s_f(h) = s_f^1(h) + s_f^2(h)$$

El asiento final en la arcilla superior se podrá calcular como

$$s_f^1(h) = \frac{1}{E_m^1} \int_0^{l_1} \Delta\sigma' dz$$

El incremento de tensiones efectivas se puede calcular como el área de disipación en el estrato correspondiente. Si $h \leq 10$ m, dicho incremento y el asiento serán

$$\Delta\sigma' = \frac{h\gamma_w}{l_1} z$$

$$s_f^1(h) = \frac{l_1}{E_m^1} \frac{h\gamma_w}{2}$$

Por otra parte, el asiento de la arcilla inferior se puede calcular como

$$s_f^2(h) = \frac{1}{E_m^2} \int_{l_1+l_a}^{l_1+l_a+l_2} \Delta\sigma' dz = \frac{l_2}{E_m^2} h\gamma_w$$

con lo cual, el asiento final si $h \leq 10$ m será

$$s_f(h) = \frac{l_1}{E_m^1} \frac{h\gamma_w}{2} + \frac{l_2}{E_m^2} h\gamma_w$$

Si el valor de h se encuentra entre 10 y 11 m (ver figura 13.3), la variación de presión intersticial en la arcilla superior es máxima y ya no aumenta ($\Delta p_{wl} = \gamma_w l_1$), por lo que el asiento final es

$$s_f(h) = \frac{l_1}{E_m^1} \frac{l_1\gamma_w}{2} + \frac{l_2}{E_m^2} h\gamma_w = \frac{l_1^2\gamma_w}{2E_m^1} + \frac{l_2}{E_m^2} h\gamma_w$$

En último lugar, si el valor de h fuese mayor de 11 m, el asiento final sería (ver figura 13.4)

$$s_f(h) = \frac{l_1^2\gamma_w}{2E_m^1} + \frac{1}{E_m^2} \left[\left(\frac{l_1+l_a+h}{2} \right) (h-l_1-l_a) + (l_1+l_a+l_2-h)h \right] \gamma_w$$

Tabla 13.1. Relación h -asiento final.

$h(\text{m})$	$s_f(\text{m})$
10	0.33
11	0.35
21	0.43

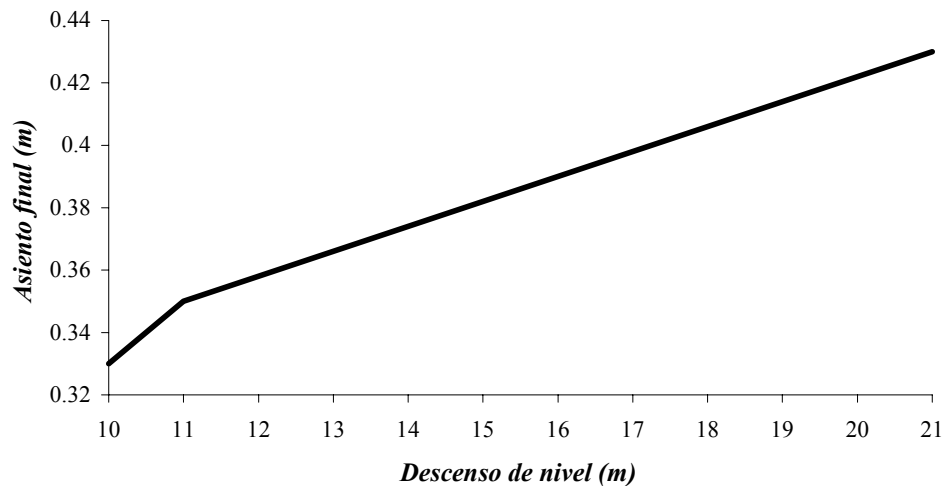


Fig. 13.5 Evolución del asiento final con el descenso de nivel

- b) En este segundo apartado se va a empezar con el cálculo del asiento final producido por la nave industrial sin rebajamiento de nivel de agua en el sondeo. Este asiento será la suma de los correspondientes a los dos estratos de arcilla sometidos a una carga uniformemente repartida de 5 t/m^2 :

$$s_f = s_f^1 + s_f^2 = \frac{5 \text{ t/m}^2 \cdot 10 \text{ m}}{300 \text{ t/m}^2} + \frac{5 \text{ t/m}^2 \cdot 10 \text{ m}}{600 \text{ t/m}^2} = 0.25 \text{ m}$$

Para estimar el asiento al cabo de un año, se deberá calcular previamente el coeficiente de consolidación:

$$c_v = \frac{KE_m}{\gamma_w}$$

$$c_v^1 = \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ m/s} \cdot 300 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = 0.0518 \text{ m}^2/\text{día} \quad c_v^2 = \frac{10^{-9} \text{ m/s} \cdot 600 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = 0.0518 \text{ m}^2/\text{día}$$

Se puede observar que los coeficientes de consolidación de cada estrato coinciden. A continuación debe calcularse el tiempo adimensional T al cabo de un año con $H = 5 \text{ m}$, ya que los dos extremos de ambos estratos permiten el drenaje:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{0.0518 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 365 \text{ días}}{(5 \text{ m})^2} = 0.759$$

Con lo cual, el grado de consolidación será $U = 0.875$. Por lo tanto, el asiento al cabo de un año será

$$s_{1\text{año}} = s_f U(t) = 0.25 \text{ m} \cdot 0.875 = 0.219 \text{ m}$$

El siguiente paso es calcular el tiempo necesario para alcanzar el 95% de consolidación. Si $U = 0.95$ y $T = 1.129$, por lo tanto:

$$t = \frac{TH^2}{c_v} = \frac{1.129 \cdot (5 \text{ m})^2}{0.052 \text{ m}^2/\text{día}} = 545 \text{ días}$$

Finalmente, se pide calcular el descenso de nivel necesario para que en un año se consiga el asiento final que produciría la nave industrial, es decir:

$$s_{1\text{año}}^{\text{bombeo}} = s_f^{\text{bombeo}} U_{1\text{año}} = s_f^{\text{nave}}$$

El grado de consolidación al cabo de un año, tanto para el caso de bombeo como para el caso de la construcción de la nave, será el mismo debido a que éste no depende de la carga (salvo que hubiese un proceso de descarga o un cambio de geometría):

$$U_{1\text{año}}^{\text{bombeo}} = U_{1\text{año}}^{\text{nave}} = 0.875$$

Con lo que

$$s_{1\text{año}}^{\text{bombeo}} = s_f^{\text{nave}} = 0.25 \text{ m}$$

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{s_f^{\text{nave}}}{U_{1\text{año}}^{\text{bombeo}}} = \frac{0.25 \text{ m}}{0.875} = 0.286 \text{ m}$$

Igualando este valor a la expresión deducida en el apartado anterior, suponiendo como primera hipótesis que $h < 10 \text{ m}$, resulta:

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{l_1}{E_m^1} \frac{h\gamma_w}{2} + \frac{l_2}{E_m^2} h\gamma_w = 0.286 \text{ m}$$

$$h = 8.57 \text{ m}$$

Si h hubiese resultado ser mayor que 10 m , se hubiese tenido que rehacer el cálculo con las expresiones apropiadas. Estas expresiones, para $11 \geq h \geq 10$ y para $h \geq 11$, han sido deducidas en el apartado anterior.

- c) En este apartado se pide el descenso que debe mantenerse en el sondeo para que, conjuntamente con un terraplén de 2.5 m de altura, se alcance en dos meses el asiento final que produciría la nave industrial, es decir:

$$s_f^{\text{nave}} = s_{2\text{meses}}^{\text{terrapién}} + s_{2\text{meses}}^{\text{bombeo}}$$

Por una parte está el asiento provocado por el terraplén de 2.5 m ($\Delta\sigma' = 5 \text{ t/m}^2$) en los dos estratos arcillosos:

$$s_f^{\text{terrapién}} = s_f^1 + s_f^2 = \frac{5 \text{ t/m}^2 \cdot 10 \text{ m}}{300 \text{ t/m}^2} + \frac{5 \text{ t/m}^2 \cdot 10 \text{ m}}{600 \text{ t/m}^2} = 0.25 \text{ m}$$

El tiempo adimensional al cabo de dos meses será

$$T = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{0.052 \text{ m}^2/\text{día} \cdot 60 \text{ días}}{(5 \text{ m})^2} = 0.124$$

Lo cual significa un grado de consolidación del 40% y un asiento al cabo de 2 meses de

$$s_{2\text{meses}}^{\text{terrapién}} = s_f^{\text{terrapién}} U_{2\text{meses}} = 0.25 \text{ m} \cdot 0.4 = 0.10 \text{ m}$$

Por lo tanto, el asiento producido por el bombeo deberá ser

$$s_{2\text{meses}}^{\text{bombeo}} = s_f^{\text{nave}} - s_{2\text{meses}}^{\text{terraplén}} = 0.25\text{ m} - 0.10\text{ m} = 0.15\text{ m}$$

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{s_{2\text{meses}}^{\text{bombeo}}}{U_{2\text{meses}}} = \frac{0.15\text{ m}}{0.40} = 0.375$$

Con lo cual

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{l_1}{E_m^{v1}} \frac{h\gamma_w}{2} + \frac{l_2}{E_m^{v2}} h\gamma_w = 0.375 \Rightarrow h = 11.25\text{ m} > 10\text{ m} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Debe utilizarse una} \\ \text{expresión para } h > 10\text{ m} \end{array} \right.$$

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{l_1^2 \gamma_w}{2E_m^{v1}} + \frac{1}{E_m^{v2}} \left[\left(\frac{l_1 + l_a + h}{2} \right) (h - l_1 - l_a) + (l_1 + l_a + l_2 - h) h \right] \gamma_w = 0.375 \Rightarrow h = 12.63\text{ m}$$

En la figura 13.4 se han dibujado, aproximadamente para este caso, las leyes de presiones intersticiales iniciales, varias intermedias, entre ellas tras dos meses, y las finales.

Por último, queda calcular en qué plazo de tiempo se llega a este asiento si se impone el descenso máximo posible en el sondeo con rejilla, es decir, para $h = 21\text{ m}$:

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{10^2 \cdot 1}{2 \cdot 300} + \frac{1}{600} \left(\frac{10 + 1 + 21}{2} \right) (21 - 10 - 1) + (10 + 1 + 10 - 21) \cdot 21 \cdot 1 = 0.433\text{ m}$$

Con lo que se obtendría un grado de consolidación respecto al asiento final de la nave de

$$U = \frac{s_f^{\text{nave}}}{s_f^{\text{bombeo}}} = \frac{0.25}{0.433} = 0.577$$

Que se traduce en un tiempo adimensional de $T = 0.264$. Por lo tanto, el tiempo necesario para llegar a dicho asiento será

$$t = \frac{TH^2}{c_v} = \frac{0.264 \cdot (5\text{ m})^2}{0.052\text{ m}^2/\text{día}} = 127\text{ días}$$

- d) En este último caso se rebaja 10 m el nivel de agua en el sondeo con rejilla durante $t_0 = 2$ meses, a partir de lo cual se construye la nave industrial, y se debe obtener el plazo de tiempo que se deberá mantener el nivel rebajado para conseguir el asiento que produciría la nave industrial en caso de no bombear. Por simplicidad se va considerar que la acción debida a la nave aparece instantáneamente a los dos meses, aunque en realidad, como es lógico, se produce gradualmente a medida que se construye la misma.

De acuerdo con el enunciado, debe obtenerse el tiempo para el que se cumple la siguiente condición:

$$s_t^{\text{bombeo}} + s_{t-t_0}^{\text{nave}} = s_f^{\text{bombeo}} U_t + s_f^{\text{nave}} U_{t-t_0} = s_f^{\text{nave}}$$

El asiento final producido por la nave industrial es de 25 cm, mientras que si se rebaja 10 m el nivel en el sondeo, el asiento final correspondiente será

$$s_f^{\text{bombeo}} = \frac{10}{300} \frac{10}{2} + \frac{10}{600} 10 = 0.333\text{ m}$$

Suponiendo que el tiempo adimensional de ambos procesos (T_1 para t y T_2 para $t-2$ meses) sea mayor que 0.2, deberá imponerse

$$s_f^{bombeo} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_1} \right) + s_f^{nave} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_2} \right) = s_f^{nave}$$

$$s_f^{bombeo} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} \frac{c_v t}{H^2}} \right) + s_f^{nave} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} \frac{c_v (t-t_0)}{H^2}} \right) = s_f^{nave}$$

Despejando de la expresión anterior se obtiene

$$t = -\frac{4}{\pi^2} \frac{H^2}{c_v} \ln \left[\frac{\pi^2}{8} \left(\frac{s_f^{bombeo}}{s_f^{bombeo} + s_f^{nave} e^{\frac{\pi^2}{4} \frac{c_v t_0}{H^2}}} \right) \right]$$

$$t = -\frac{4}{\pi^2} \frac{5^2}{0.052} \ln \left[\frac{\pi^2}{8} \left(\frac{0.333}{0.333 + 0.25 e^{\frac{\pi^2}{4} \frac{0.052 \cdot 60}{5^2}}} \right) \right] = 96.2 \text{ días}$$

Antes de dar por válido este resultado debe calcularse el valor de los tiempos adimensionales para comprobar que la hipótesis realizada de que son superiores a 0.2 es correcta:

$$T_1 = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{0.052 \cdot 96.2}{25} = 0.20$$

$$T_2 = \frac{c_v (t - t_0)}{H^2} = \frac{0.052 \cdot (96.2 - 60)}{25} = 0.075$$

Consecuentemente, la hipótesis no era correcta y deben rehacerse los cálculos con las expresiones correctas de T (para $T \leq 0.2$). En este caso puede suponerse que en ambos casos $T \leq 0.2$. Si sólo se hubiese cumplido esta condición en uno de ellos, se habrían tenido que utilizar expresiones diferentes para T_1 y para T_2 (relación exponencial o raíz cuadrada según fuese $T \geq 0.2$ o $T \leq 0.2$):

$$s_f^{bombeo} \sqrt{\frac{4T_1}{\pi}} + s_f^{nave} \sqrt{\frac{4T_2}{\pi}} = s_f^{nave}$$

$$s_f^{bombeo} \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{c_v t}{H^2}} + s_f^{nave} \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{c_v (t-t_0)}{H^2}} = \frac{2}{H} \sqrt{\frac{c_v}{\pi}} (s_f^{bombeo} \sqrt{t} + s_f^{nave} \sqrt{t-t_0}) = s_f^{nave}$$

$$\frac{2}{5} \sqrt{\frac{0.052}{\pi}} (0.333 \sqrt{t} + 0.25 \sqrt{t-t_0}) = 0.017 \sqrt{t} + 0.013 \sqrt{t-t_0} = 0.25$$

Iterando en la expresión anterior se obtiene $t = 98.85$ días.

EJERCICIO 14. Inyección de agua en un acuífero limitado por una capa arcillosa

Para realizar una recarga artificial en un acuífero de material arenoso muy poco deformable de 10 m de espesor limitado inferiormente por una base impermeable horizontal y superiormente por una capa arcillosa saturada de 10 m de potencia (nivel freático en superficie, $\gamma_n=2 \text{ t/m}^3$, $\alpha_v=0.005 \text{ m}^2/\text{t}$, $e_0=0.8$) se inyecta agua en él mediante pozos de 0.2 m de radio, entubados en la capa arcillosa y ranurados (rejilla) al atravesar el acuífero, con un caudal de 1.5 l/s cada uno (ver figura 4.1).

Previamente, para conocer la permeabilidad del acuífero en las inmediaciones de uno de los pozos, se lleva a cabo un ensayo de inyección con un caudal bajo (0.1 l/s) con el que se mide un ascenso de nivel de 1 m en el pozo cuando se ha alcanzado el régimen estacionario. Por otro lado se comprueba que a una distancia del orden de 1000 m del pozo el nivel piezométrico del acuífero prácticamente no varía al bombear o inyectar desde él.

- Explicar cómo variarán las presiones intersticiales en el acuífero en función de la distancia al pozo, en la situación estacionaria, por efecto de la inyección. Explicar también cómo dependerá dicha variación con la permeabilidad del acuífero y con caudal inyectado. Indicar qué variación de las presiones intersticiales se producirá en la capa arcillosa y qué forma tendrán los asientos en superficie. Y, finalmente, dónde y en qué momento podrá producirse sifonamiento en el terreno.
- Determinar la permeabilidad del acuífero así como el caudal máximo que se podrá inyectar en régimen estacionario sin peligro de sifonamiento ($FS \geq 1$). ¿Qué punto es el más crítico en esta situación?

Dado que el caudal previsto a inyectar es mayor que el máximo, se decide construir un terraplén de altura a y radio r ($\gamma_t=2 \text{ t/m}^3$) alrededor del pozo de forma que el FS al sifonamiento tenga bajo el terraplén un valor mínimo de 1.1 y un valor máximo de 1.6.

- Determinar la altura de terraplén necesaria así como la distancia que debe cubrir. ¿Qué otras posibilidades respecto a la forma del terraplén serían más rentables?

Finalmente se quieren estudiar los asientos en la superficie del terreno causados por la consolidación del estrato arcilloso al inyectar en el acuífero. Como las presiones intersticiales variarán con la distancia al pozo, el problema no será unidimensional, aunque puede adoptarse esta hipótesis simplificadora en caso necesario.

- Explicar brevemente cómo se calcularía el asiento a tiempo t producido por la inyección, el producido por el terraplén y el producido por ambos.
- Determinar el asiento a largo plazo producido por el terraplén una vez haya cesado la inyección. Si no cesara la inyección, explicar las diferencias, si las hay, entre el asiento final en puntos cercanos al pozo y en puntos cerca del borde del terraplén.

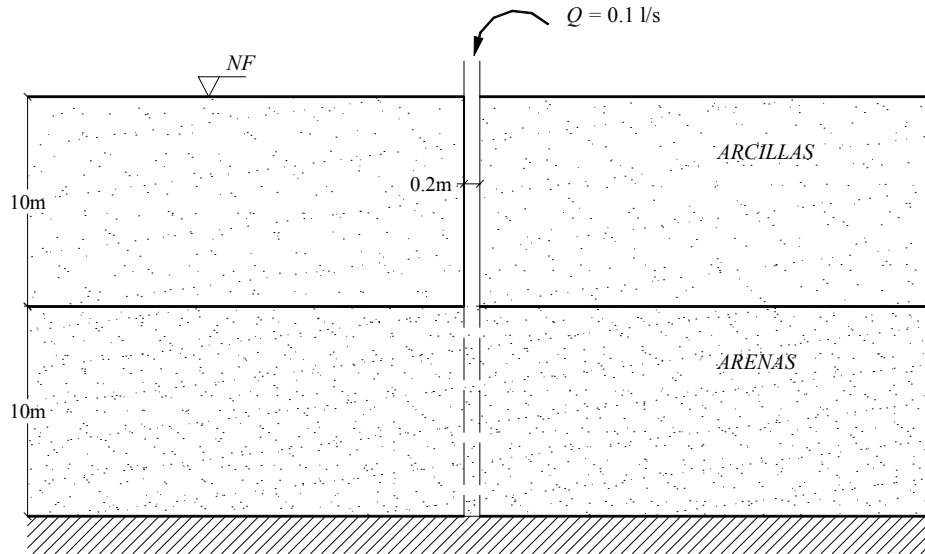


Fig. 14.1 Esquema del terreno

- a) En este primer apartado se van a explicar algunos aspectos de planteamiento del problema. Suponiendo que la capa arcillosa superior es mucho más impermeable que la arena intermedia, ésta última se comportará como un acuífero confinado.

En primer lugar se pide cómo variarán en condiciones estacionarias las presiones intersticiales en el acuífero en función de la distancia al pozo cuando se proceda a la inyección. Para ello se puede plantear la condición de continuidad del caudal inyectado en una superficie cilíndrica arbitraria concéntrica con el pozo. Al tratarse de un acuífero confinado, en el que se supone que los estratos superior e inferior son impermeables, los caudales se producirán únicamente en el estrato de arena y sólo tendrán componente radial hacia el pozo. Por simetría y continuidad, el caudal unitario en un punto específico sólo dependerá de la distancia r al pozo ($q(r)$). El caudal que atraviesa un cilindro de radio r y altura b (espesor del acuífero) será

$$Q_r = 2\pi r b q(r)$$

Por continuidad este caudal deberá ser igual al inyectado Q :

$$Q = 2\pi r b q(r)$$

Sustituyendo $q(r)$ por la ley de Darcy resulta

$$Q = -K \frac{dh}{dr} 2\pi r b \quad dh = -\frac{Q}{2\pi b K} \frac{dr}{r}$$

donde h es el nivel piezométrico. Integrando la ecuación diferencial anterior resulta

$$h = -\frac{Q}{2\pi b K} \ln r + A$$

donde A es una constante de integración. Si a una distancia $r = r_0$, el nivel es $h = h_0$, se obtiene

$$A = h_0 + \frac{Q}{2\pi b K} \ln r_0$$

y finalmente:

$$h - h_0 = -\frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_0}$$

Hay que indicar que esta expresión no se puede generalizar para distancias radiales muy grandes (salvo que exista una línea de recarga teórica, como ocurre en el caso ideal de isla circular) ya que la condición de continuidad, con agua completamente incompresible, no permite el flujo ($q=0$). Esta limitación puede comprobarse en la expresión anterior, en la que los valores de h no son razonables para distancias radiales suficientemente elevadas.

De acuerdo con la expresión obtenida las presiones intersticiales en el acuífero varían de forma logarítmica en relación con la distancia al pozo, al menos para distancias no muy elevadas. También se puede observar que dicha variación es directamente proporcional al caudal e inversamente proporcional a la permeabilidad del acuífero.

En la figura 14.2 se muestra la variación de presiones intersticiales que se producirá en el terreno. En el acuífero la presión intersticial aumentará en la misma magnitud en los diferentes puntos de cada distancia radial (superficie cilíndrica concéntrica con el pozo), e irá disminuyendo logarítmicamente al aumentar la misma. En la capa de arcilla la presión intersticial variará entre la que se produce en el acuífero y 0 en el NF, cuya posición se supone invariable. Puede suponerse, como primera aproximación, que en condiciones estacionarias la ley de alturas piezométricas variará linealmente con la profundidad para cada distancia radial y, por lo tanto, las presiones intersticiales deberán variar así mismo linealmente. Consecuentemente, de acuerdo con esta hipótesis, en la capa de arcilla las presiones intersticiales disminuirán logarítmicamente con la distancia radial, y aumentarán linealmente con la profundidad.

Esta variación de las presiones intersticiales que necesariamente se produce en la capa de arcilla contrasta con el hecho de haber considerado que sólo existe flujo de agua radial en el acuífero. En realidad, para que puedan cumplirse las condiciones impuestas (básicamente continuidad) es necesario que las alturas piezométricas varíen en la capa de arcilla tanto vertical como horizontalmente, que es lo que ocurre en la realidad, así como que en el acuífero varíen también verticalmente y se produzca un cierto caudal en dicha dirección. Sin embargo, si la permeabilidad de la arcilla es muy baja, como ocurre en este caso, los caudales que se producen son muy pequeños (cero si se supone que su permeabilidad es nula) y pueden considerarse despreciables comparados con el caudal radial en el acuífero a efectos de imponer continuidad.

Como las presiones intersticiales aumentan en el acuífero al inyectar, y las tensiones totales se mantienen constantes, las tensiones efectivas disminuirán y el terreno sufrirá hinchamientos en superficie. Estos hinchamientos, al ser proporcionales al cambio de tensiones efectivas, seguirán aproximadamente la misma ley que la variación de presiones intersticiales, aunque esto es sólo una aproximación.

Por último queda analizar dónde y cuándo puede producirse sifonamiento (condición $\sigma'_v=0$). Teniendo en cuenta que las tensiones totales permanecen invariables y que las presiones intersticiales disminuyen al alejarnos del pozo, la situación más desfavorable se producirá en las cercanías del mismo. Como el NF está en superficie y se ha supuesto que en la capa de arcilla las presiones intersticiales aumentan linealmente con la profundidad, podrá utilizarse, alternativamente, el concepto de gradiente crítico en dicha capa, o la condición de sifonamiento en cualquier punto del estrato (y, en particular, en el contacto con el acuífero). En cuanto al acuífero, y teniendo en cuenta las leyes de presiones intersticiales que se producen, y que las tensiones totales permanecen constantes, los puntos más desfavorables serán los más cercanos a la interfase entre la arena y la arcilla cerca del pozo, que es donde las presiones intersticiales son más altas y las tensiones totales más bajas (ver figura 14.2). Consecuentemente, y teniendo en cuenta la fase previa transitoria, el punto más desfavorable será el de contacto entre la capa de arena y la de arcilla, cerca del pozo.

Por otro lado, cuanto mayor sea el caudal inyectado, mayor será el incremento de presiones intersticiales y mayor el riesgo de sifonamiento en dicha zona.

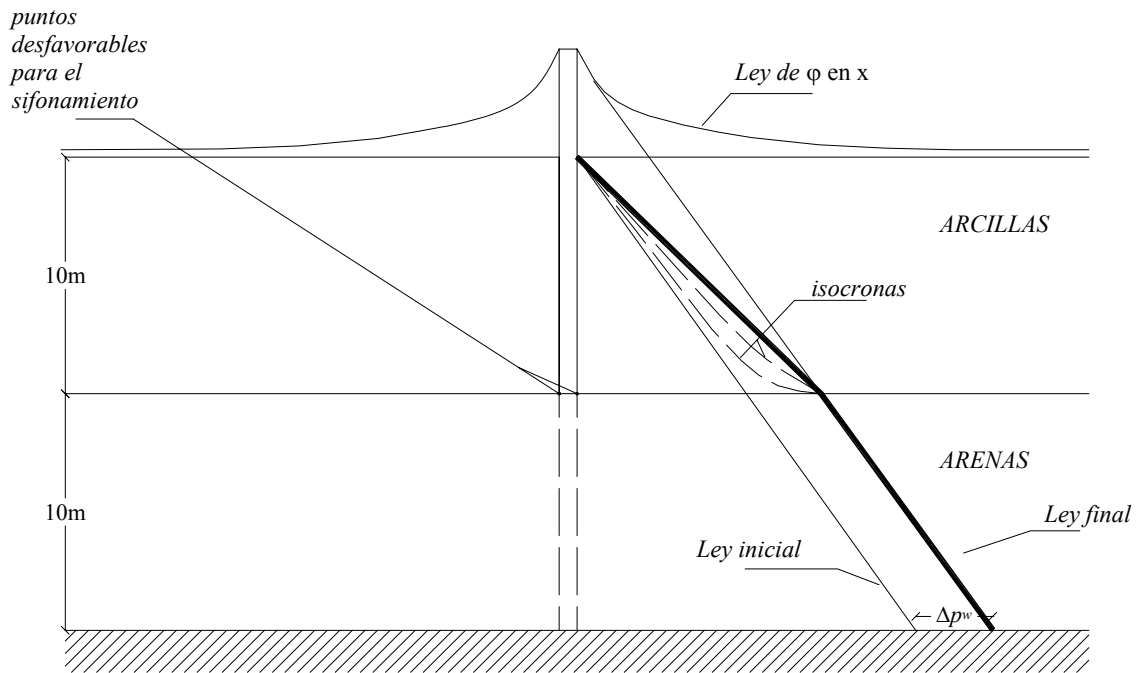


Fig. 14.2 Esquema de la ley de presiones intersticiales en el caso de inyectar

- b) En este segundo apartado, se debe calcular la permeabilidad del acuífero sabiendo que al inyectar un caudal de 0.10 l/s se mide un ascenso de nivel en el pozo de 1 m cuando se alcanza el régimen estacionario y que a una distancia del orden de 1000 m del pozo el nivel piezométrico del acuífero prácticamente no varía al bombear o inyectar desde él. Sustituyendo estos datos en la expresión deducida en el apartado anterior, se tiene

$$h - h_0 = -\frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_0}$$

$$1 \text{ m} = -\frac{0.11/\text{s} \cdot 0.001 \text{ m}^3/\text{l}}{2\pi (10 \text{ m}) K} \ln \frac{0.2 \text{ m}}{1000 \text{ m}}$$

$$K = 1.36 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

Una vez obtenida la permeabilidad, se puede calcular el caudal máximo que se podrá inyectar en régimen estacionario sin peligro de sifonamiento ($FS = 1$, aunque a efectos prácticos sería muy arriesgado aceptar este caso límite), teniendo en cuenta, como se ha deducido en el apartado anterior, que los puntos más desfavorables son los de la interfase entre la capa de arena y de arcilla cerca del pozo:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= 10 \text{ m} \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 20 \text{ t/m}^2 \\ p_w &= 10 \text{ t/m}^2 + \gamma_w \Delta h \end{aligned} \right\} FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{20}{10 + \gamma_w \Delta h} = 1.0 \Rightarrow \Delta h = 10 \text{ m}$$

Sustituyéndolo en la expresión de la variación de presiones intersticiales obtenida anteriormente resulta que el caudal máximo que se puede bombear es de 1.0 l/s.

- c) En este apartado se debe calcular la altura a del terraplén teniendo en cuenta los coeficientes de seguridad máximo y mínimo indicados en el enunciado. En el caso del coeficiente de seguridad mínimo, habrá que imponerlo en el punto más desfavorable que, según se ha visto en el apartado anterior, es el del contacto entre las capas de arcilla y arena en las cercanías del pozo. En lo relativo al coeficiente de seguridad máximo, la condición puede interpretarse

de varias formas. Excluyendo el caso de terreno sin terraplén lejos del pozo, ya que el enunciado indica que el coeficiente de seguridad que debe considerarse es bajo el terraplén, se puede interpretar que el punto de cálculo es en el contacto entre la capa de arena y la base impermeable, donde será mayor, o en el contacto entre las capas de arcilla y arena, donde será menor. Aunque ambas interpretaciones son posibles, se va a tomar ésta última.

En primer lugar se debe indicar que para un caudal inyectado de 1.5 l/s, se produce una variación de altura piezométrica en el pozo (Δh) de 15 m. El factor de seguridad mínimo ($FS_{\text{mínimo}}=1.1$) se dará en la zona más cercana al mismo, donde

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= 20 \text{ t/m}^2 + 2 \text{ t/m}^3 \cdot a \\ p_w &= 10 \text{ t/m}^2 + \gamma_w \Delta h = 10 + 15 = 25 \text{ t/m}^2 \end{aligned} \right\} FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{20 + 2a}{25} = 1.1 \Rightarrow a = 3.75 \text{ m}$$

En cuanto al factor de seguridad máximo se producirá a una cierta distancia del pozo, y es el que nos dará la distancia que debe cubrir el terraplén:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= 20 \text{ t/m}^2 + 7.5 \text{ t/m}^2 = 27.5 \text{ t/m}^2 \\ p_w &= 10 \text{ t/m}^2 + \gamma_w \Delta h \end{aligned} \right\} FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{27.5}{10 + \Delta h} = 1.6 \Rightarrow \Delta h = 7.19 \text{ m}$$

Una vez conocido el incremento de altura piezométrica, simplemente queda sustituir este valor en la expresión obtenida en el apartado anterior y calcular el valor de r :

$$\Delta h = -\frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_0}$$

$$7.19 \text{ m} = -\frac{1.50 \text{ l/s} \cdot 0.001 \text{ m}^3/\text{l}}{2\pi (10 \text{ m}) \cdot (1.35 \cdot 10^{-5} \text{ m/s})} \ln \frac{r}{1000 \text{ m}}$$

con lo cual resulta que $r = 17.2 \text{ m}$. Falta comprobar que más allá del terraplén el coeficiente de seguridad sigue siendo suficiente. El punto más crítico será su extremo:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= 20 \text{ t/m}^2 \\ p_w &= 10 \text{ t/m}^2 + 7.19 \text{ t/m}^2 = 17.19 \text{ t/m}^2 \end{aligned} \right\} FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{20}{17.19} = 1.16$$

Cabe decir que en los cálculos anteriores se han considerado condiciones unidimensionales para la estimación de los estados tensionales en el terreno, lo cual no es correcto, especialmente en las cercanías del extremo del terraplén. Sin embargo, la aproximación puede considerarse suficiente, en especial en los casos más críticos (coeficientes de seguridad mínimos) que se sitúan lejos del extremo del terraplén (en el pozo) o en los que se queda del lado de la seguridad (coeficiente de seguridad más allá del extremo del terraplén).

Si el coeficiente de seguridad que se quiere mantener es 1.1, con el terraplén obtenido en el apartado anterior se cumple esta condición, pero es excesivo al alejarse del pozo (hasta alcanzar, como se ha visto, un coeficiente de seguridad 1.6 en el extremo). Una opción para optimizar el terraplén es reducir su altura al alejarse del pozo de acuerdo con la variación de altura piezométrica que se produce en el terreno:

$$FS = \frac{\sigma_v}{p_w} = \frac{\sigma_{v0} + a(r) \cdot \gamma_t}{p_{w0} + \Delta h(r) \cdot \gamma_w}$$

$$a(r) = \frac{1}{\gamma_t} (FS(p_{w0} + \Delta h(r) \cdot \gamma_w) - \sigma_{v0}) = \frac{1}{\gamma_t} \left(FS(p_{w0} - \gamma_w \frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_0}) - \sigma_{v0} \right)$$

que particularizado a este caso es

$$a(r) = \frac{1}{2t/m^3} \left(1.1(10t/m^2 - 1t/m^3) \cdot \frac{1.5l/s \cdot 0.001m^3/l}{2\pi \cdot 10m \cdot 1.35 \cdot 10^{-5}m/s} \ln \frac{r}{1000m} - 20t/m^2 \right)$$

$$a(r) = 0.97m \cdot \ln \frac{1000m}{r} - 4.5m$$

El terraplén tendrá inicialmente una altura de 3.75 m ($r=0.2$ m) y se extenderá hasta que su altura sea 0:

$$a(r) = 0$$

$$0.97m \cdot \ln \frac{1000m}{r} - 4.5m = 0$$

$$r_{\max} = 9.67m$$

- d) En este apartado se pide explicar cómo se calcularía el asiento a tiempo t producido por la inyección, el producido por el terraplén y el producido por ambos. En todos los casos se va a considerar que el acuífero es muy poco deformable, como indica el enunciado, y que los asientos se producen en la capa de arcilla. El problema planteado es bidimensional (variables r y z , con simetría axisimétrica), ya que los estados tensionales (presiones intersticiales, tensiones efectivas) dependen de la distancia al pozo y varían con la profundidad, excepto con el terraplén si actúa solo y se considera que es de grandes dimensiones. Sin embargo con dicho planteamiento bidimensional no es posible un cálculo analítico aunque, evidentemente podría resolverse de forma numérica.

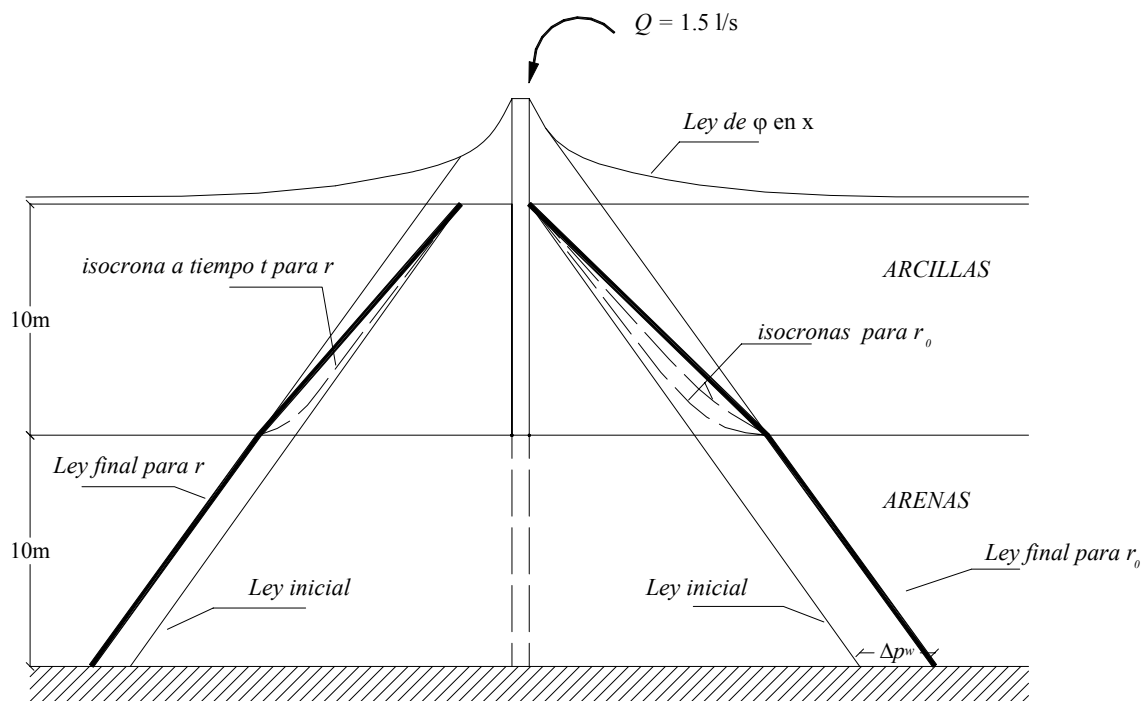
Para llevar a cabo una estimación analítica es necesario hacer la hipótesis de condiciones unidimensionales, suponiendo en cada vertical (de hecho en cada superficie cilíndrica concéntrica con el pozo) que el asiento es el correspondiente a la variación de la tensión efectiva que producen en él la inyección ($\Delta\sigma_i' = -\gamma_w \cdot \Delta h(r)$ en el contacto arena-arcilla) y/o el terraplén ($\Delta\sigma_i' = \gamma_i \cdot a(r)$ en todo el estrato de arcilla). La inyección producirá un hinchamiento ya que al aumentar las presiones intersticiales se inducirá una disminución de las tensiones efectivas. Por su parte, el terraplén producirá un asiento, ya que, tras el proceso transitorio de consolidación, habrán aumentado las tensiones totales y consecuentemente también las efectivas. Como la inyección de agua en el pozo produce una variación de las presiones intersticiales que depende de la distancia radial, los hinchamientos o asientos producidos también dependerán de la misma. Así mismo, la combinación de los efectos de la inyección y del terraplén puede hacer que en determinadas zonas se produzcan hinchamientos o asientos dependiendo de la profundidad. Si en todos los puntos se produce un hinchamiento o un asiento, la hipótesis de condiciones unidimensionales puede ser relativamente aceptable. Sin embargo, si dependiendo de la distancia radial o de la profundidad se producen hinchamientos o asientos (por ejemplo, hinchamientos cerca del pozo, asientos después bajo el terraplén e hinchamientos de nuevo más allá del mismo; o asientos en la zona más superficial e hinchamientos en la más profunda), el planteamiento, especialmente en las zonas con asiento nulo (cambio de hinchamiento a asiento o viceversa), no será fiable si el terreno está normalmente consolidado ya que los parámetros utilizados en cada zona serán diferentes (correspondientes a rama noval o a ramas de descarga y recarga).

Se comentan a continuación los tres casos que se indican en el enunciado (ver figura 14.3):

- Asiento producido por la inyección. En este caso se debe calcular la variación de la presión intersticial en la capa de arcilla ($\Delta p_{wi} = -\Delta\sigma_i' = \gamma_w \cdot \Delta h(r) > 0$ en el contacto con las arenas y variación lineal hasta valer cero en superficie en condiciones estacionarias) y, a partir de este dato, obtener el incremento de tensión efectiva en cada distancia radial y profundidad y el asiento a tiempo infinito en cada distancia radial a partir del área de variación de tensiones efectivas, del módulo edométrico y de la potencia del estrato. Con el tiempo t , la potencia del estrato y el coeficiente de consolidación a partir del coeficiente de compresibilidad en descarga y recarga y la permeabilidad, se obtendrá el

tiempo T adimensional y el grado de consolidación U , que multiplicado por el asiento a tiempo infinito dará lugar al asiento a tiempo t en cada distancia radial. Como se ha indicado, la inyección aumenta las presiones intersticiales, por lo que disminuirán las tensiones efectivas y se producirá un hinchamiento del terreno.

- Asiento producido por el terraplén. El cálculo será análogo al anterior pero teniendo en cuenta que en este caso se produce un incremento de tensión efectiva constante con la profundidad e igual a la presión transmitida por el terraplén ($\Delta\sigma'_t = \gamma_t \cdot a(r) > 0$), y se deberá utilizar el coeficiente de compresibilidad en carga, al suponer que la arcilla está normalmente consolidada.
- Asiento producido por ambos efectos. El cálculo será análogo a los dos casos anteriores, pero con la suma de variación de tensiones efectivas de los dos procesos (en superficie $\Delta\sigma'_{z=0} = \Delta\sigma'_i(z=0) + \Delta\sigma'_t(z=0) = -\Delta p_{wi}(z=0) + \Delta\sigma'_t(z=0) = 0 + \gamma_t \cdot a(r)$ y en el contacto con las arenas $\Delta\sigma'_{z=h} = \Delta\sigma'_i(z=h) + \Delta\sigma'_t(z=h) = -\Delta p_{wi}(z=h) + \Delta\sigma'_t(z=h) = -\gamma_w \cdot \Delta h(r) + \gamma_t \cdot a(r)$, con variación lineal entre ambos valores en condiciones estacionarias). Como se ha comentado anteriormente, el cálculo deberá realizarse con el coeficiente de consolidación en carga o en descarga y recarga dependiendo de si el incremento de tensiones efectivas inducido en cada punto por el terraplén es mayor o menor, respectivamente, que la disminución inducida por la inyección. Como se ha indicado el cálculo perderá fiabilidad si se combinan situaciones en las que se producen asientos e hinchamientos. Si la variación de presiones intersticiales inducida por la inyección cerca del pozo supera a la correspondiente al terraplén, el suelo se comprimirá cerca de superficie e hinchará en profundidad en dicha zona, aunque podrá pasar a comprimirse en todos los puntos a partir de una cierta distancia radial (cuando la variación de presiones intersticiales inducida por la inyección sea menor que la correspondiente al terraplén) y pasará a ser de hinchamiento en todos los puntos más allá del terraplén, siempre y cuando el mismo no llegue, como parece lógico, al radio de influencia del pozo.



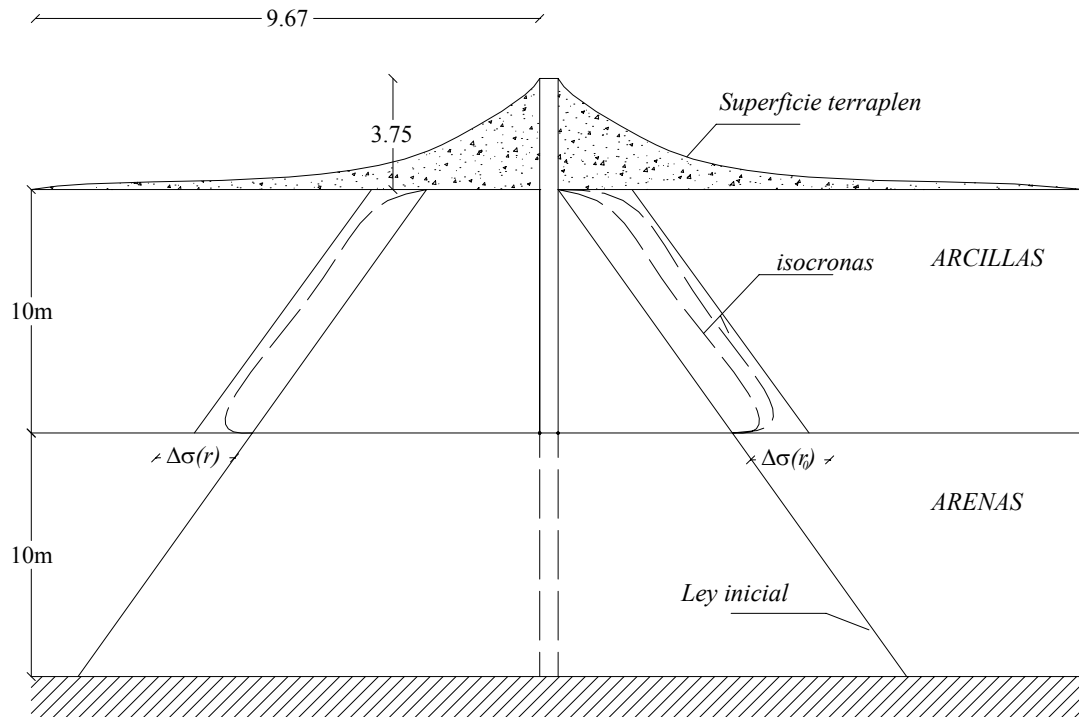


Fig. 14.3 Variación cualitativa de las tensiones efectivas en los casos de inyección, de construcción del terraplén

- e) En este apartado se pide determinar el asiento a largo plazo producido por el terraplén una vez haya cesado la inyección así como que se explique las diferencias, si las hay, entre el asiento final en puntos cercanos al pozo y en puntos cerca del borde del terraplén si no cesara la inyección.

Como se ha comentado anteriormente, la inyección incrementa las presiones intersticiales y reduce las tensiones efectivas, por lo que el suelo tiende a sobreconsolidarse e hincharse, mientras que el terraplén aumenta las tensiones totales, por lo que el suelo tiende a consolidarse y asentarse. Como se parte de una situación normalmente consolidada y se considera que ha cesado la inyección, el terraplén hará que todos los puntos del terreno se encuentren al final en la rama de carga, por lo que para calcular el asiento producido a largo plazo cuando la inyección ha finalizado, podrá prescindirse del efecto de ésta última:

$$s = \frac{a_v}{1 + e_0} \Delta \sigma' \cdot h = \frac{0.005 \text{ m}^2/\text{t}}{1 + 0.8} \cdot (2 \text{ t/m}^3 \cdot 3.75 \text{ m}) \cdot 10 \text{ m} = 20.8 \text{ cm}$$

Este asiento será uniforme bajo el terraplén lejos de los bordes.

En el caso de que no cese la inyección los asientos serán diferentes, como se ha comentado con anterioridad. La inyección reduce las presiones intersticiales y hace disminuir los asientos. Este efecto será diferente según el punto que se considere. Será tanto mayor cuanto más cerca se esté del pozo. Por otro lado, el efecto del terraplén, y por lo tanto el asiento inducido por él, disminuirá al acercarnos a su borde y seguirá reduciéndose más allá del mismo hasta desaparecer a suficiente distancia (a efectos prácticos del orden de un par de veces la altura del terraplén).

EJERCICIO 15. Determinación de parámetros en ensayos triaxiales

En un terreno horizontal con el nivel freático en superficie ($\gamma_n = 2 \text{ t/m}^3$) se quiere cimentar una nave industrial mediante zapatas corridas. Para la caracterización del terreno se realiza una campaña de sondeos, en los que se obtienen muestras inalteradas para la realización de ensayos triaxiales en laboratorio, y de ensayos presiométricos, para estimar las tensiones horizontales in situ. Dos de dichas muestras se extraen a 5 m de profundidad bajo la posición de una de las zapatas. Una vez talladas (10 cm de altura y 5 cm de diámetro) y situadas en el equipo triaxial, se aplica de forma drenada el estado tensional y la presión intersticial correspondientes a las condiciones in situ (tensión horizontal total 0.7 kp/cm^2) de cada una de las muestras. Para estudiar en el equipo triaxial las características de consolidación de este suelo se aplica un incremento de presión vertical de 1.5 kp/cm^2 variando simultáneamente la presión de cámara de forma que la deformación lateral sea nula. Tras el ensayo se obtiene una altura final de la muestra de 9.86 cm, y se alcanza el 50% de la deformación a los 15 minutos. El incremento de tensión horizontal necesario para mantener las condiciones edométricas es de 0.6 kp/cm^2 .

- Obtener el coeficiente de empuje al reposo, el módulo de deformación edométrico y los módulos correspondientes E' y ν' de la muestra. ¿Está el suelo in situ sobreconsolidado?. Justificar la respuesta.
- Aunque el ensayo se ha realizado con drenaje por ambos extremos de la muestra, obtener el coeficiente de consolidación y la permeabilidad en los dos casos posibles de drenaje.

Adicionalmente interesa obtener los parámetros resistentes del suelo. Para ello, la muestra anterior se aprovecha para obtener un estado de rotura del mismo partiendo de las condiciones finales del proceso de ensayo anteriormente indicado, mientras que la segunda se utiliza para llevar a cabo un ensayo adicional de rotura directamente desde las condiciones iniciales correspondientes a las in situ. En la primera muestra se disminuye la presión de cámara en condiciones no drenadas, manteniendo la presión vertical constante, y se llega a rotura tras variarla en 0.1 kp/cm^2 (presión intersticial final 0.44 kp/cm^2). En la segunda muestra se aumenta la presión vertical, así mismo en condiciones no drenadas, y se produce la rotura tras un aumento de la misma de 0.15 kp/cm^2 .

- Obtener los parámetros A_f , c' y ϕ' de este suelo así como la resistencia al corte sin drenaje correspondiente a cada ensayo. ¿Cuál de estos dos valores de c_u es más representativo del punto del terreno que se estudia?
- Dibujar las trayectorias de tensiones en el plano p - p' - q correspondientes a los dos ensayos descritos. Si la segunda muestra se hubiera llevado a rotura en condiciones drenadas, ¿qué incremento de tensión vertical se habría tenido que aplicar?
- Suponiendo que el punto de extracción de la muestra se encuentra bajo el centro de una zapata de 4 m de ancho, y que el estado tensional en el terreno se estima a partir de hipótesis de comportamiento elástico, determinar la presión p de forma que ese punto se encuentre en situación de rotura considerando, alternativamente, condiciones drenadas y no drenadas.
- A partir de los datos del enunciado puede obtenerse el estado tensional del terreno en el punto de extracción de las muestras (a 5 m de profundidad):

$$\sigma_v = 5 \text{ m} \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 10 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = 5 \text{ m} \cdot 2 \text{ t/m}^3 - 5 \text{ m} \cdot 1 \text{ t/m}^3 = 5 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = 0.7 \text{ kp/cm}^2 = 7 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = 7 \text{ t/m}^2 - 5 \text{ m} \cdot 1 \text{ t/m}^3 = 2 \text{ t/m}^2$$

Con estos datos es inmediato deducir el coeficiente de empuje al reposo:

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{2 \text{ t/m}^2}{5 \text{ t/m}^2} = 0.4$$

En el equipo triaxial se aplica un proceso drenado de carga edométrica (deformación radial nula). Consecuentemente la presión intersticial de la muestra permanecerá constante y se producen los siguientes incrementos de tensiones verticales y horizontales efectivas tras la consolidación:

$$\Delta\sigma'_v = \Delta\sigma_v = 1.5 \text{ kp/cm}^2 = 15 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma'_h = \Delta\sigma_h = 0.6 \text{ kp/cm}^2 = 6 \text{ t/m}^2$$

El coeficiente de empuje al reposo tras el ensayo será

$$K_0 = \frac{(\sigma'_h)_f}{(\sigma'_v)_f} = \frac{2+6}{5+15} = 0.4$$

Este coeficiente tiene el mismo valor que antes, por lo que puede deducirse que el terreno se encuentra normalmente consolidado.

El siguiente paso es obtener el módulo de deformación edométrica, que será la relación entre el incremento de tensión efectiva vertical y el incremento de deformación vertical:

$$E_m = \frac{\Delta\sigma'_v}{\Delta\varepsilon_1} = \frac{15 \text{ t/m}^2}{\frac{(0.10 - 0.0986) \text{ m}}{0.10 \text{ m}}} = 1071.4 \text{ t/m}^2$$

Una vez llevado a cabo este cálculo, queda por obtener E' y ν' . El coeficiente de Poisson se podrá calcular imponiendo que la deformación radial es nula (condiciones edométricas):

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{\Delta\sigma'_3}{E'} - \frac{\nu}{E'} (\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_2) = 0$$

donde $\Delta\sigma'_2 = \Delta\sigma'_3$. A partir de lo anterior y utilizando el coeficiente de empuje al reposo, que es conocido, se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma'_3 &= \nu (\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_2) \\ \nu &= \frac{\Delta\sigma'_3}{\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_3} = \frac{\Delta\sigma'_1 K_0}{\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_1 K_0} = \frac{K_0}{1 + K_0} = 0.286 \end{aligned}$$

Por último, el módulo E' se calculará como

$$E' = E_m \left(1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right) = 826.5 \text{ t/m}^2$$

donde la expresión anterior procede de la definición del módulo edométrico ($E_m = \Delta\sigma'_1 / \Delta\varepsilon_1$) con $\Delta\sigma'_1$ o $\Delta\varepsilon_1$ de la ecuación de la elasticidad, con $\Delta\varepsilon_2 = 0$ y $\Delta\varepsilon_3 = 0$.

- b) En este apartado, se pide el cálculo del coeficiente de consolidación y la permeabilidad en los dos casos posibles de drenaje.
- Caso en que la muestra drene por las dos caras. El coeficiente de consolidación puede obtenerse a través de las expresiones:

$$c_v = \frac{T}{t} H^2 \quad c_v = \frac{KE_m}{\gamma_w}$$

Donde $H=5$ cm debido a que se considera en este caso que la muestra drene por las dos caras. Por otro lado, en el enunciado se indica que a los 15 minutos de empezar el ensayo, se alcanza el 50% de la deformación ($U=50\%$), lo cual permite calcular T :

$$U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} \quad T = 0.196$$

Como puede observarse, se ha utilizado la expresión de U correspondiente a $T < 0.2$. Sustituyendo estos valores en la primera expresión del coeficiente de consolidación se obtiene:

$$c_v = \frac{0.196}{15 \text{ min}} (0.05 \text{ m})^2 = 0.047 \text{ m}^2/\text{día}$$

A partir de este valor, se puede calcular la permeabilidad mediante la segunda expresión del coeficiente de consolidación y con el módulo edométrico obtenido en el anterior apartado:

$$K = \frac{c_v \gamma_w}{E_m} = 5.08 \cdot 10^{-8} \text{ cm/s}$$

- Caso en que la muestra drene por una sola cara. Siguiendo el mismo procedimiento que en el punto anterior pero con $H=10$ cm, resulta $c_v = 0.188 \text{ m}^2/\text{día}$ y $K = 2.03 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$.

- c) En este tercer apartado se trata de calcular A_f , c' y ϕ' a partir de los resultados obtenidos en los ensayos realizados con las dos muestras. En el caso de la primera muestra, se sabe que se parte de las condiciones finales de los primeros apartados, disminuyendo la presión de cámara en condiciones no drenadas y manteniendo la tensión vertical constante. En el último tramo hasta rotura se tiene

$$\Delta\sigma_1 = 0 \text{ t/m}^2 \quad \Delta\sigma_3 = -1 \text{ t/m}^2 \quad \Delta p_w = 4.4 - 5 = -0.6 \text{ t/m}^2$$

Para el cálculo de A_f , se utilizará la fórmula de Skempton:

$$\Delta p_w = \Delta\sigma_3 + A_f (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$A_f = 0.4$$

Para estimar c' y ϕ' debe utilizarse la expresión del criterio de rotura de Mohr-Coulomb:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

donde puede obtenerse tanto σ'_1 como σ'_3 :

$$\sigma'_1 = \underbrace{10 \text{ t/m}^2}_{\sigma_1 \text{ in situ}} + \underbrace{15 \text{ t/m}^2}_{\Delta\sigma_1 \text{ previo}} - \underbrace{4.4 \text{ t/m}^2}_{p_w \text{ en rotura}} = 20.6 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_3 = \underbrace{7 \text{ t/m}^2}_{\sigma_3 \text{ in situ}} + \underbrace{6 \text{ t/m}^2}_{\Delta\sigma_3 \text{ previo}} - \underbrace{1.0 \text{ t/m}^2}_{\Delta\sigma_3 \text{ a rotura}} - \underbrace{4.4 \text{ t/m}^2}_{p_w \text{ en rotura}} = 7.6 \text{ t/m}^2$$

Sustituyendo se obtiene una primera ecuación con dos incógnitas (c' y ϕ'):

$$20.6 = 7.6 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

Para obtener el valor de estas dos incógnitas deberá utilizarse una segunda ecuación que puede plantearse a partir de los resultados del ensayo realizado con la otra muestra. Esta muestra se lleva a rotura directamente a partir de las condiciones iniciales aumentando la tensión vertical:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\sigma_1 = 1.5 \text{ t/m}^2 \\ \Delta\sigma_3 = 0 \text{ t/m}^2 \end{array} \right\} \Delta p_w = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = 0 + 0.4(1.5 - 0) = 0.6 \text{ t/m}^2$$

Con lo que

$$p_{wf} = p_{w0} + \Delta p_w = 5 + 0.6 = 5.6 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_1 = 10 + 1.5 - 5.6 = 5.9 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_3 = 7 + 0 - 5.6 = 1.4 \text{ t/m}^2$$

Imponiendo la condición de rotura, resulta que

$$5.9 = 1.4 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

Resolviendo este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se tiene

$$c' = 0.84 \text{ t/m}^2$$

$$\phi' = 24.0^\circ$$

Por último, queda calcular la resistencia al corte sin drenaje en las dos muestras. En cuanto a la muestra 1 se tiene

$$c_u = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)_{rot} = \frac{25 - 12}{2} = 6.50 \text{ t/m}^2$$

Y la muestra 2:

$$c_u = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)_{rot} = \frac{11.5 - 7}{2} = 2.25 \text{ t/m}^2$$

El valor de la resistencia al corte sin drenaje depende del confinamiento al que esté sometido el suelo al iniciar el proceso no drenado, como puede deducirse de su expresión de cálculo y comprobarse en los resultados anteriores. Por ello, a efectos prácticos, deberá tomarse como valor representativo del suelo el que se obtenga a partir del confinamiento medio del terreno al iniciarse el proceso de carga rápida. En el caso planteado en este problema dicho valor corresponderá, en principio (si no hay cargas drenadas adicionales), al de la segunda muestra, ya que la misma ha sido llevada a rotura directamente desde el estado tensional inicial in situ.

- d) En las tablas 15.1 y 15.2 y en la figura 15.1 se presentan las trayectorias de tensiones en el plano p - p' - q correspondientes a las dos muestras ensayadas teniendo en cuenta que

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$$

$$p' = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$$

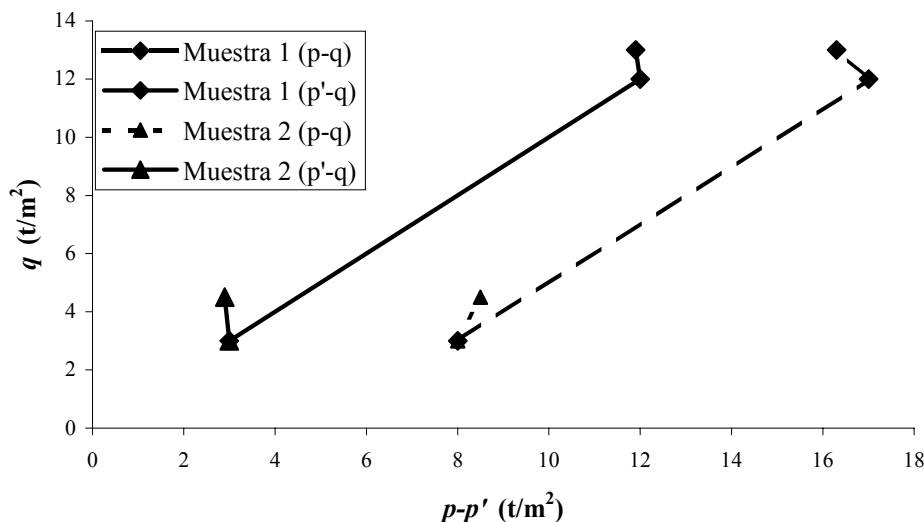
$$q = \sigma_1 - \sigma_3$$

Tabla 15.1. Trayectorias de tensiones de la muestra 1

	$p(\text{t/m}^2)$	$p'(\text{t/m}^2)$	$q(\text{t/m}^2)$
Estado inicial	8	3	3
Carga drenada	17	12	12
Proceso no drenado hasta rotura	16.3	11.9	13

Tabla 15.2 Trayectorias de tensiones de la muestra 2

	$p(\text{t/m}^2)$	$p'(\text{t/m}^2)$	$q(\text{t/m}^2)$
Estado inicial	8	3	3
Carga no drenada hasta rotura	8.5	2.9	4.5

Fig 15.1. Evolución de $p, p'-q$.

Si la segunda muestra se hubiera llevado a rotura en condiciones drenadas, el estado final habría sido

$$p_{wf} = p_{w0} = 5 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_3 = 7 - 5 = 2 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) + 2c \cdot \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$\sigma'_1 = (2 \text{ t/m}^2) \cdot \text{tg}^2\left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2}\right) + 2 \cdot (0.84 \text{ t/m}^2) \cdot \text{tg}\left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2}\right) = 7.33 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma'_1 = 7.33 - 5 = 2.33 \text{ t/m}^2$$

Como puede observarse, la muestra habría llegado a rotura en un punto más alto del criterio de rotura de Mohr-Coulomb (mayor tensión desviadora) que en el caso anterior, lo cual es lógico al encontrarse normalmente consolidada y presentar, en consecuencia, un comportamiento contractante.

- e) En este apartado se supone, por una parte, que el punto de extracción de la muestra se encuentra bajo el centro de una zapata de 4 m de ancho que transmite en su superficie de apoyo una presión p y, por otra, que el estado tensional inducido por la misma en el terreno puede estimarse a partir de hipótesis de comportamiento elástico. En estas condiciones se pide la presión p de forma que dicho punto se encuentre en situación de rotura considerando, alternativamente, condiciones drenadas y no drenadas.

El estado tensional en un punto situado a una profundidad z bajo el centro de una zapata de ancho $2b$ que transmite una presión uniforme p en un semiespacio elástico es:

$$\sigma_1 = p \frac{\alpha + \operatorname{sen} \alpha}{\pi}$$

$$\sigma_3 = p \frac{\alpha - \operatorname{sen} \alpha}{\pi}$$

$$\text{con } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{z}$$

En este caso se tiene

$$b = 2\text{m}$$

$$z = 5\text{m}$$

$$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2}{5} = 43.6^\circ = 0.76\text{rad}$$

$$\sigma_1 = p \frac{0.76 + \operatorname{sen} 46.6^\circ}{\pi} = 0.46 \cdot p$$

$$\sigma_3 = p \frac{0.76 - \operatorname{sen} 46.6^\circ}{\pi} = 0.023 \cdot p$$

Estas tensiones serán las que incrementarán el estado tensional inicial ($\sigma_{1i} = 10 \text{ t/m}^2$, $\sigma_{2i} = 7 \text{ t/m}^2$ y $u_i = 5 \text{ t/m}^2$):

$$\sigma_1 = \sigma_{1i} + \Delta\sigma_1 = 10 \text{ t/m}^2 + 0.46 \cdot p$$

$$\sigma_3 = \sigma_{3i} + \Delta\sigma_3 = 7 \text{ t/m}^2 + 0.023 \cdot p$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_{1i} + \Delta\sigma_1 - \Delta p_w = 5 \text{ t/m}^2 + 0.46 \cdot p - \Delta p_w$$

$$\sigma'_3 = \sigma'_{3i} + \Delta\sigma_3 - \Delta p_w = 2 \text{ t/m}^2 + 0.023 \cdot p - \Delta p_w$$

Debe ahora imponerse que este estado tensional está en rotura, lo cual permitirá deducir cuánto vale p . Se considera en primer lugar, como indica el enunciado, una carga lenta (condiciones drenadas; $\Delta p_w = 0$):

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$5 \text{ t/m}^2 + 0.46 \cdot p = (2 \text{ t/m}^2 + 0.023 \cdot p) \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2} \right) + 2 \cdot (0.84 \text{ t/m}^2) \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2} \right)$$

$$p = 5.75 \text{ t/m}^2$$

Si la carga es rápida deberán considerarse condiciones no drenadas para tener en cuenta lo que ocurre a corto plazo. En este caso las presiones intersticiales no permanecerán constantes. Para estimar su variación podrá utilizarse la fórmula de Skempton:

$$\Delta p_w = \Delta\sigma_3 + A_f (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$A_f = 0.4$$

$$\Delta\sigma_1 = 0.46 \cdot p$$

$$\Delta\sigma_3 = 0.023 \cdot p$$

$$\Delta p_w = 0.023 \cdot p + 0.4 (0.46 \cdot p - 0.023 \cdot p) = 0.2 \cdot p$$

Ahora debe imponerse de nuevo el criterio de rotura de Mohr-Coulomb, pero teniendo en cuenta la variación de presiones intersticiales:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$5 + 0.46 \cdot p - 0.2 \cdot p = (2 + 0.023 \cdot p - 0.2 \cdot p) \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2} \right) + 2 \cdot (0.84) \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{24^\circ}{2} \right)$$

$$p = 3.43 \text{ t/m}^2$$

Como puede observarse, el incremento de p posible es menor que en el caso anterior, lo cual confirma que las condiciones no drenadas (comportamiento a corto plazo) son más desfavorables que las condiciones drenadas (si se permite el drenaje la carga admisible es mayor).

Este último cálculo se podría haber hecho de forma más rápida a partir de la definición de resistencia al corte sin drenaje, que en este caso vale, como se ha deducido anteriormente, 2.25 t/m^2 :

$$\sigma_1 = 10 \text{ t/m}^2 + 0.46 \cdot p$$

$$\sigma_3 = 7 \text{ t/m}^2 + 0.023 \cdot p$$

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{(10 + 0.46 \cdot p) - (7 + 0.023 \cdot p)}{2} = \frac{3 + 0.437 \cdot p}{2} = 2.25 \text{ t/m}^2$$

$$p = 3.43 \text{ t/m}^2$$

Finalmente se debe indicar que la situación de rotura de este punto no implica necesariamente que la zapata haya llegado a la carga de hundimiento. Para ello es necesario que se produzca un mecanismo de rotura admisible. Con el procedimiento seguido no se puede saber si la zapata ha llegado ya o no a la carga de hundimiento, aunque con los datos del problema puede estimarse la misma y comprobar que todavía no se ha alcanzado.

EJERCICIO 16. Consolidación a partir resultados de ensayos edométricos

Un terreno horizontal con geometría unidimensional y nivel freático en superficie está compuesto por un estrato arcilloso de 6 m de potencia apoyado en otro granular del que se desconocen sus condiciones de drenaje. Sobre este terreno se va a construir una nave industrial cimentada en superficie, en la que se pretenden evitar asientos significativos. Para estudiar las características del estrato arcilloso se realiza un sondeo y se extraen muestras inalteradas a varias profundidades. En una primera aproximación se considera que el estrato es homogéneo y se toman las características correspondientes a uno solo de dichos puntos (a 3 m de profundidad). Con las muestras de este punto se realiza un ensayo edométrico y dos ensayos triaxiales (en las tablas 16.1 y 16.2 y en la figura 16.1 se adjuntan parte de los resultados obtenidos).

- a) Estimar, a partir de los resultados obtenidos en laboratorio, el índice de compresión, el índice de hinchamiento, el coeficiente de consolidación, la cohesión, el ángulo de rozamiento interno y el parámetro A_f del suelo. Obtener, así mismo, los módulos edométricos en carga noval y en descarga y la permeabilidad para una tensión vertical de 3 kp/cm^2 , así como la resistencia al corte sin drenaje para cada ensayo. Explicar en todos los casos el procedimiento seguido.
- b) Calcular en qué período de tiempo se alcanzaría el 95% de consolidación en caso de construir un terraplén de grandes dimensiones en superficie, según cuáles sean las condiciones de drenaje del estrato de apoyo, así como el sistema de drenes que habría que instalar en cada caso para que dicho período fuese de un año.

Con objeto de estudiar las condiciones de drenaje del estrato inferior, se construye un terraplén y se realiza un seguimiento tanto de los asientos en superficie, mediante extensómetros, como de la evolución de las presiones intersticiales a varias profundidades, mediante piezómetros, y al cabo de una semana se mide un asiento que corresponde, aproximadamente, al 5% de consolidación.

- c) Estudiar si el asiento medido in situ es consistente con los resultados obtenidos en laboratorio y deducir consecuentemente, en su caso, las condiciones de drenaje que tienen lugar en el estrato inferior. Explicar cómo podría obtenerse esta misma información, o comprobarla, mediante las medidas de los piezómetros, y describir en detalle el procedimiento que debe seguirse en este caso.

Para acelerar el proceso se decide colocar un sistema de drenes cuya separación sea igual a la distancia de drenaje en la dirección vertical. Dado que la consolidación durante la primera semana ha sido pequeña, se considera a efectos de cálculo que las sobrepresiones intersticiales disipadas en dicho período inicial son despreciables y, consecuentemente, que el proceso de consolidación vertical y radial comienzan simultáneamente.

- d) Evaluar el efecto de despreciar la disipación en dirección vertical respecto a la radial y viceversa en el proceso de consolidación, a partir de la comparación de los tiempos para los que se alcanza el 95% de consolidación en cada caso.

Una vez se da por finalizada la precarga mediante el terraplén ($h=3 \text{ m}$, $\gamma_{\text{sat}}=2 \text{ t/m}^3$), se procede a eliminarlo y construir las cimentaciones superficiales de la nave industrial, de 5 m de ancho, que transmiten una tensión de 10 t/m^2 (suponer $K_0=0.5$).

- e) Determinar el estado tensional que se producirá a 3 m bajo el centro de dichas cimentaciones, tanto a corto ($A=0.5$) como a largo plazo. Estimar el ángulo de rozamiento interno movilizado y comprobar si se está cerca de rotura.

Resumen de resultados obtenidos en el laboratorio:

I) Ensayo edométrico

Resultados tensión efectiva-índice de poros (altura de la muestra: 2 cm; $e_0 = 0.71$):

Tabla 16.1. Resultados tensión efectiva – índice de poros.

$\sigma' \text{ (kp/cm}^2\text{)}$	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	4.0	8.0	2.0	0.2
e	0.696	0.689	0.653	0.615	0.565	0.502	0.445	0.463	0.511

Curva asiento-tiempo para el escalón de 4.0 kp/cm²:

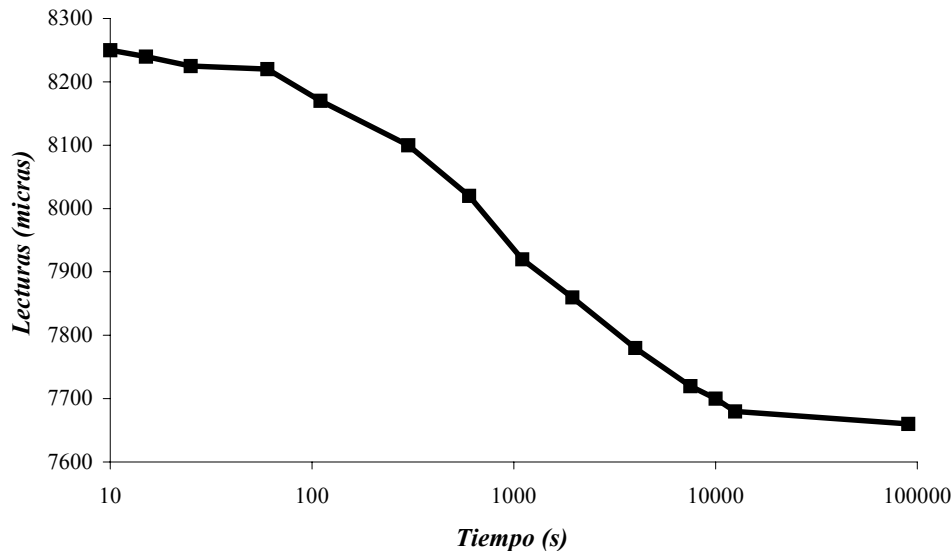


Fig. 16.1 Representación de la relación semilogarítmica tiempo – asiento

II) Ensayos triaxiales

Tensiones iniciales y en rotura (kp/cm²):

Tabla 16.2 Resultados de los ensayos triaxiales

	σ_{30}	p_{w0}	t_f	s'_f	Δp_w
Muestra 1	5.0	2.0	1.5	2.5	2.0
Muestra 2	7.0	2.0	2.1	4.2	2.9

- a) Para estimar los índices de compresión y de hinchamiento es conveniente dibujar la curva $\log \sigma' - e$ (datos de la tabla 16.1; figura 16.2) con objeto de aproximar dónde se sitúa la presión de preconsolidación de la muestra y poder calcular dichos parámetros, y en particular el índice de compresión, en zonas apropiadas de la curva (tras la presión de preconsolidación, en la rama noval de la misma).

A partir de este gráfico se pueden calcular dichos parámetros, en el caso del índice de compresión en el tramo final de carga y en el caso del índice de hinchamiento en la rama de descarga.

$$\text{Índice de compresión: } C_c = \frac{-\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \bigg|_{\text{rama carga}} = \frac{-(0.445 - 0.565)}{\log \frac{8 \text{ kp/cm}^2}{2 \text{ kp/cm}^2}} = 0.20$$

$$\text{Índice de hinchamiento: } C_s = \frac{-\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \bigg|_{\text{rama descarga}} = \frac{-(0.511 - 0.445)}{\log \frac{0.2 \text{ kp/cm}^2}{8 \text{ kp/cm}^2}} = 0.0412$$

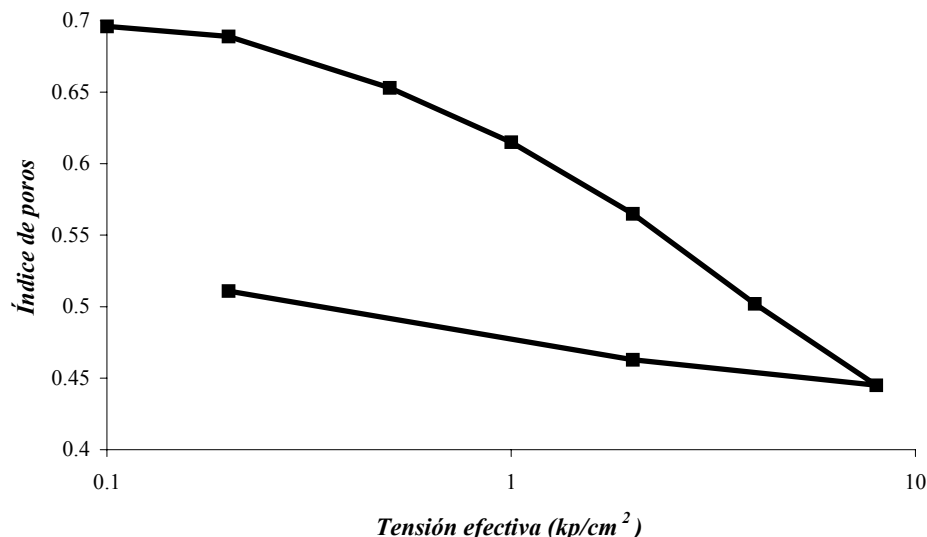


Fig. 16.2 Representación de la relación semilogarítmica tensión efectiva – índice de poros

El coeficiente de consolidación se puede estimar a partir de curvas $e-t$ de escalones de carga del ensayo edométrico. Como es sabido, el coeficiente de consolidación no permanece constante en los diferentes escalones de carga del ensayo, ya que a medida que el suelo consolida la permeabilidad se reduce y el módulo edométrico aumenta, con lo que dicho parámetro sufre también ciertas variaciones aunque menores que la permeabilidad y el módulo edométrico que compensan entre sí parcialmente su efecto. En este caso se dispone de la curva $e-t$ de un solo escalón de carga que es el que se va a utilizar. Para ello se va a aplicar el método de Casagrande.

De la curva puede deducirse que $s_{0\%}=8270 \mu\text{m}$ (inicio de la consolidación) y $s_{100\%}=7720 \mu\text{m}$ (final de la consolidación primaria). En el primer caso a través de la relación entre U y T para valores bajos del tiempo ($U=\sqrt{(4T/\pi)}$; $s(4(t-t_{0\%}))=2(s(t-t_{0\%}))$), con $t_{0\%}$ el tiempo correspondiente al inicio del ensayo) y en el segundo a partir de la intersección entre la pendiente final de la curva (consolidación secundaria) y la tangente por el punto de inflexión intermedio.

Haciendo la media de los dos resultados anteriores, se obtiene $s_{50\%}=7995 \mu\text{m}$, que en la curva se produce para un tiempo de 700 s y corresponde al 50 % de consolidación ($U=50\%$, $T=0.196$). Por lo tanto:

$$T_{50} = \frac{t_{50}}{H^2} c_v = \frac{700 \text{ s}}{(0.01 \text{ m})^2} c_v = 0.196$$

$$c_v = 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$$

donde se ha tomado $H=0.01 \text{ m}$ por suponerse que la muestra puede drenar por ambos extremos.

Para hallar la cohesión y el ángulo de rozamiento interno se utilizarán los resultados de los ensayos triaxiales, en los que $\sigma_2=\sigma_3$. De las dos muestras del ensayo triaxial se obtiene

$$\left. \begin{aligned} t_{f1} = t'_{f1} = s'_1 \sin \phi' + c' \cos \phi' \\ t_{f2} = t'_{f2} = s'_2 \sin \phi' + c' \cos \phi' \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 1.5 &= 2.5 \sin \phi' + c' \cos \phi' \\ 2.1 &= 4.2 \sin \phi' + c' \cos \phi' \end{aligned} \right\}$$

De estas dos ecuaciones se puede deducir que $\phi'=20.67^\circ$ y $c'=0.66 \text{ kp/cm}^2$.

El parámetro A_f se podrá calcular a partir de la fórmula de Skempton, t_f y s'_f :

$$\Delta p_w = \Delta \sigma_3 + A_f (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

$$t_f = \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{2}$$

$$s'_f = \frac{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}}{2}$$

con

$$\sigma_{1f} = \sigma_{10} + \Delta \sigma_1$$

$$\sigma_{3f} = \sigma_{30} + \Delta \sigma_3$$

$$\sigma'_{1f} = \sigma_{1f} - p_{wf} = (\sigma_{10} + \Delta \sigma_1) - (p_{w0} + \Delta p_w)$$

$$\sigma'_{3f} = \sigma_{3f} - p_{wf} = (\sigma_{30} + \Delta \sigma_3) - (p_{w0} + \Delta p_w)$$

Sustituyendo y despejando los incrementos tensionales con los datos del primer ensayo se tiene

$$t_f = \frac{5 + \Delta \sigma_1 - (5 + \Delta \sigma_3)}{2} = 1.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$s'_f = \frac{(5 + \Delta \sigma_1) - (2 + 2) + (5 + \Delta \sigma_3) - (2 + 2)}{2} = 2.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta \sigma_1 = 3 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta \sigma_3 = 0 \text{ kp/cm}^2$$

De esto resulta, a través de la fórmula de Skempton, que $A_f = 0.67$. Operando de la misma forma se obtiene con el segundo ensayo que $A_f = 0.69$. Aunque teóricamente el valor de A_f es constante, en la práctica puede variar, ya que la fórmula de Skempton es una aproximación. En este caso la variación es pequeña y puede considerarse aceptable.

En cuanto a los módulos edométricos en carga noval y en descarga, se piden para una tensión vertical de 3 kp/cm^2 , por lo que se van a calcular los tangentes:

$$E_m = \frac{(1 + e_0) \sigma' \ln 10}{C_c}$$

En esta expresión e_0 es un índice de poros inicial de referencia que aparece (de hecho $(1 + e_0)$) al linealizar la expresión que relaciona el índice de poros y la porosidad para obtener la deformación volumétrica ($E_m = \Delta \sigma'_l / \varepsilon_l$ con $\varepsilon_l = \varepsilon_v$ en condiciones edométricas y pequeñas deformaciones). Por ello al calcular el módulo tangente lo más exacto será utilizar el índice de poros correspondiente al nivel de tensión aplicado (en este caso una tensión efectiva de 3 kp/cm^2), que calculado en el intervalo más cercano da lugar a los siguientes valores de e :

$$e_2 = e_1 - C_c \log \frac{\sigma'_2}{\sigma'_1}$$

$$e_2 (\text{rama de carga}) = 0.565 - 0.2 \log \frac{3 \text{ kp/cm}^2}{2 \text{ kp/cm}^2} = 0.530$$

$$e_2 (\text{rama de descarga}) = 0.445 - 0.0412 \log \frac{3 \text{ kp/cm}^2}{8 \text{ kp/cm}^2} = 0.463$$

Puede observarse que el índice de poros para 3 kp/cm² en la rama de descarga resulta ser el mismo que para 2 kp/cm² (ver tabla 16.1). Esto es debido a que los resultados experimentales no se ajustan exactamente a una ley logarítmica y a que 3 kp/cm² está muy cerca de 2 kp/cm², con lo que el error de la aproximación hace que ambos resultados se solapen. Una solución para evitarlo sería utilizar el índice de hinchamiento correspondiente al intervalo menor que contiene a 3 kp/cm² (en este caso entre 8 y 2 kp/cm²).

Con estos valores, los módulos edométricos tangentes resultan ser

$$E_m^{carga} = \frac{(1 + 0.530) \cdot 3 \text{ kp/cm}^2 \cdot \ln 10}{0.2} = 52.8 \text{ kp/cm}^2$$

$$E_m^{descarga} = \frac{(1 + 0.463) \cdot 3 \text{ kp/cm}^2 \cdot \ln 10}{0.0412} = 245 \text{ kp/cm}^2$$

Por su parte, la permeabilidad podrá calcularse a partir del coeficiente de consolidación y el módulo edométrico:

$$K = \frac{\gamma_w}{E_m} c_v$$

Todos los parámetros que aparecen en la expresión anterior tienen una cierta variación durante el proceso de ensayo edométrico, por lo que debieran utilizarse valores correspondientes al mismo intervalo de carga. El coeficiente de consolidación se ha calculado para el escalón de carga de 4 kp/cm² y se acaba de estimar el módulo edométrico en carga para 3 kp/cm², por lo que con estos valores es razonable obtener la permeabilidad correspondiente.

$$K = \frac{\gamma_w}{E_m^{carga}} c_v = \frac{1 \text{ t/m}^3}{528 \text{ t/m}^2} \cdot 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s} = 5.30 \cdot 10^{-9} \text{ cm/s}$$

Finalmente queda el cálculo de la resistencia al corte sin drenaje de los dos ensayos triaxiales. La resistencia al corte sin drenaje coincide con el radio del círculo de Mohr del estado en rotura en términos de tensiones efectivas o totales (variable t). Consecuentemente será 1.5 kp/cm² en el primer ensayo y 2.1 kp/cm² en el segundo.

- b) En este apartado se pide el período de tiempo necesario para alcanzar el 95% de consolidación en caso de construir un terraplén de grandes dimensiones en superficie según cuales sean las condiciones de drenaje del estrato de apoyo, así como el sistema de drenes que se tendría que instalar en cada caso para que dicho período fuese de un año. Para el cálculo deberá tenerse en cuenta la relación:

$$t = \frac{T}{c_v} H^2$$

donde t es el tiempo transcurrido, T el tiempo adimensional y H la máxima distancia de drenaje. De acuerdo con la teoría de la consolidación unidimensional, el tiempo adimensional vale 1.129 para un grado de consolidación (U) del 95%. Como se ha indicado, deben diferenciarse los casos de estrato de apoyo drenante y no drenante.

Estrato de apoyo no drenante:

En este caso $H = 6 \text{ m}$.

$$t = \frac{T}{c_v} H^2 = \frac{1.129}{2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}} (6 \text{ m})^2 = 46 \text{ años}$$

Estrato de apoyo drenante:

En este caso $H = 3$ m.

$$t = \frac{T}{c_v} H^2 = \frac{1.129}{2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}} (3 \text{ m})^2 = 11.5 \text{ años}$$

Si se dispone un sistema de drenes separados una distancia e , se va a suponer en primer lugar que las presiones intersticiales se disipan únicamente en dirección radial, es decir, se desprecia la disipación vertical, lo cual será válido cuando la distancia entre drenes sea suficiente menor que la distancia vertical de drenaje. Con esta hipótesis se tendrá, de forma aproximada, suponiendo terreno isótropo:

$$T = \frac{t}{(e/2)^2} c_v = \frac{1 \text{ año}}{(e/2)^2} \cdot 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s} = 1.129$$

$$e = 1.77 \text{ m}$$

Sin embargo, la colaboración vertical puede ser también importante dependiendo, como se ha indicado, de la relación entre la distancia entre drenes y la distancia vertical de drenaje. Consecuentemente, el efecto del drenaje vertical será relativamente más importante en el caso de estrato de apoyo drenante. Si se suponen conjuntamente drenaje radial y vertical, el grado de consolidación puede estimarse, de forma aproximada, como

$$(1 - U_{rz}) = (1 - U_r)(1 - U_z)$$

donde U_r es el grado de consolidación radial, U_z el grado de consolidación vertical y U_{rz} el grado de consolidación conjunto.

Si se supone que el estrato de apoyo es no es drenante, el grado de consolidación al cabo de un año correspondiente al drenaje vertical será, suponiendo que $T < 0.2$:

$$U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}}$$

$$T = t \frac{c_v}{H^2} = 0.0245 (< 0.2 \text{ como se ha supuesto})$$

$$U_z = 0.18$$

El grado de consolidación radial deberá ser

$$(1 - U_{rz}) = (1 - U_r)(1 - U_z)$$

$$U_r = 1 - \frac{1 - U_{rz}}{1 - U_z} = 1 - \frac{1 - 0.95}{1 - 0.18} = 0.94$$

y la distancia entre drenes:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T}$$

$$T = -\frac{4}{\pi^2} \ln\left(\frac{\pi^2}{8} (1 - U)\right) = -\frac{4}{\pi^2} \ln\left(\frac{\pi^2}{8} (1 - 0.94)\right) = 1.055$$

$$T_r = T = 1.055 = \frac{t}{(e/2)^2} c_v$$

$$e = 1.83 \text{ m}$$

Si se supone que el estrato de apoyo es drenante, se obtendrá para un año, operando de forma análoga, $U_z=0.353$ para $T=0.098$. Por lo tanto $U_r=0.923$ y con esto se concluye que $T_r=0.952$, y $e=1.93$ m.

- c) En este apartado debe contrastarse el asiento medido in situ y deducirse las condiciones de drenaje que tienen lugar en el estrato inferior sabiendo que el grado de consolidación del terreno es de 0.05 en una semana. Para ello se va a estimar la distancia de drenaje de acuerdo con este dato:

$$T = \frac{\pi}{4} U^2 = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 0.002 (<0.2)$$

$$T = \frac{t}{H^2} c_v$$

$$H = \sqrt{\frac{t}{T} c_v} = \sqrt{\frac{7 \text{ días} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 3600 \text{ s/h}}{0.002}} \cdot 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s} = 2.91 \text{ m} \approx 3 \text{ m}$$

Consecuentemente, el asiento medido in situ parece coherente con los resultados de laboratorio en el caso en el que el estrato inferior permite el drenaje.

Las condiciones de drenaje podrían también analizarse in situ mediante la colocación de piezómetros a diferentes profundidades y en particular en la zona central (a 3 m de profundidad) y en la parte inferior (a 6 m de profundidad). Los piezómetros permiten conocer la presión intersticial en los puntos en los que están situados. La evolución de dichas presiones a lo largo del tiempo facilitará información sobre las condiciones de drenaje del estrato inferior.

Antes de aplicar la carga exterior, los piezómetros deben indicar que las presiones intersticiales son hidrostáticas y, por lo tanto, crecientes linealmente con la profundidad. Al aplicar la carga exterior las presiones intersticiales aumentarán. Si la carga es suficientemente extensa, y la medida se realiza en un punto intermedio en planta, el incremento de presión intersticial para cualquier profundidad debe ser aproximadamente uniforme e igual a la presión exterior aplicada. A medida que pase el tiempo, las sobrepresiones intersticiales generadas por la carga se irán disipando. Si el estrato inferior de apoyo no permite en absoluto el drenaje o lo permite completamente, esta disipación deberá ajustarse, aproximadamente, a las isocronas deducidas en la teoría de la consolidación unidimensional para los casos de base impermeable o base drenante, respectivamente. En otros casos (drenaje parcialmente permitido), se producirá una situación intermedia a las dos anteriores.

Consecuentemente, comparando la evolución de las sobrepresiones intersticiales con las isocronas de dichos dos casos extremos, se podrán deducir las condiciones de drenaje del estrato inferior. Si el punto de contacto con este último estrato es el que mantiene siempre la mayor sobrepresión intersticial del estrato superior, querrá decir que el estrato inferior no permite el drenaje. Si en dicho punto las sobrepresiones intersticiales se disipan con rapidez y la máxima presión intersticial se produce por la zona central del estrato superior, querrá decir que el estrato inferior sí permite el drenaje (figura 16.3).

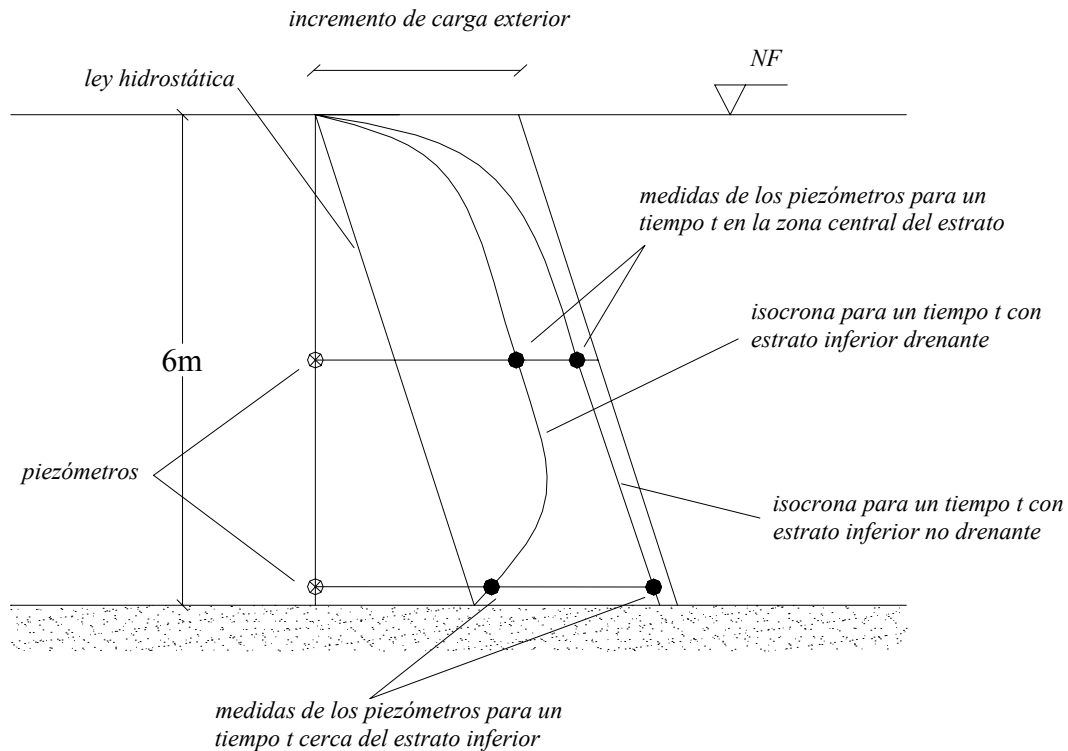


Fig. 16.3 Analisis de la situación de drenaje del estrato inferior utilizando piezómetros durante el proceso de consolidación del estrato inferior (las isocronas indicadas corresponden a casos diferentes)

- d) En este apartado se considera que se ha instalado un sistema de drenes con la misma separación que la distancia de drenaje vertical (3 m) y se pide analizar el efecto de despreciar la disipación en dirección vertical respecto a la radial en el proceso de consolidación y viceversa.

Los tiempos para los que se alcanza el 95 % de consolidación en los casos de disipación exclusivamente radial o vertical son los siguientes:

$$\left. \begin{aligned} T_{95} &= \frac{t}{(e/2)^2} c_v = 1.129 \quad t_r = 2.9 \text{ años} \\ T_{95} &= \frac{t}{H^2} c_v = 1.129 \quad t_v = 11.5 \text{ años} \end{aligned} \right\} \frac{t_v}{t_r} = 4$$

Para evaluar estos resultados es interesante obtener el tiempo para el que se alcanza el 95 % de consolidación con disipación simultánea radial y vertical. Suponiendo, como se ha hecho ya con anterioridad, que los procesos de consolidación con disipación de presiones intersticiales exclusivamente radial o vertical siguen la misma ley ($U_r(T) = U_z(T)$), se tiene, de forma aproximada:

$$\begin{aligned} (1 - U_r)(1 - U_z) &= (1 - U_{rz}) = (1 - 0.95) = 0.05 \\ (1 - U_{rz}) &= \left(1 - \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_r} \right) \right) \left(1 - \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_z} \right) \right) \\ (1 - U_{rz}) &= \left(\frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_r} \right) \left(\frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_z} \right) = \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^2 e^{-\frac{\pi^2}{4} (T_r + T_z)} \end{aligned}$$

Despejando $T_r + T_z$:

$$(T_r + T_z) = -\frac{4}{\pi^2} \ln \left(\left(\frac{\pi^2}{8} \right)^2 (1 - U_{rz}) \right)$$

A partir de la definición de T se tiene

$$(T_r + T_z) = \frac{t}{(e/2)^2} c_v + \frac{t}{(H)^2} c_v = t \left(\frac{1}{(e/2)^2} + \frac{1}{(H)^2} \right) c_v$$

Sustituyendo y despejando:

$$t = \frac{-\frac{4}{\pi^2} \ln \left(\left(\frac{\pi^2}{8} \right)^2 (1 - U_{rz}) \right)}{\left(\frac{1}{(e/2)^2} + \frac{1}{(H)^2} \right) c_v} = \frac{-\frac{4}{\pi^2} \ln \left(\left(\frac{\pi^2}{8} \right)^2 (1 - 0.95) \right)}{\left(\frac{1}{(3\text{m}/2)^2} + \frac{1}{(3\text{m})^2} \right) 2.8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}} = 2.1 \text{ años}$$

Con estos resultados puede observarse que considerando simultáneamente, aunque de forma aproximada, la disipación de presiones intersticiales radial y vertical, se alcanza el 95 % del grado de consolidación en 2.1 años. Si sólo se considera la consolidación radial, dicho grado de consolidación se alcanza en 2.9 años. Finalmente, si sólo se considera la consolidación vertical, el grado de consolidación se alcanza en 11.5 años. Como es lógico, al considerar simultáneamente la disipación de presiones intersticiales radial y vertical, el tiempo para alcanzar un grado de consolidación determinado es menor que si sólo se considera la disipación en una de dichas direcciones. Por otro lado, la importancia relativa de la consolidación radial y vertical depende de las distancias de drenaje en cada uno de estos casos. De esta forma, si los drenes hubiesen estado más alejados, la disipación de presiones intersticiales en dirección vertical hubiera podido tener mayor importancia que en la dirección radial, contrariamente a lo que se ha obtenido en este caso.

La conclusión de estos resultados es que puede despreciarse la disipación en una determinada dirección si la distancia de drenaje es suficientemente mayor que en la otra u otras que se tienen en cuenta. En cualquier caso, al despreciar la disipación de presiones intersticiales en una dirección se queda del lado de la seguridad, aunque dependiendo de la situación los resultados pueden ser muy poco realistas.

- e) En este último apartado se pide calcular el estado tensional 3 m por debajo del centro de las cimentaciones superficiales que se pretenden construir una vez finalizada la precarga (figura 16.4), y además la estimación del ángulo de rozamiento interno movilizado.

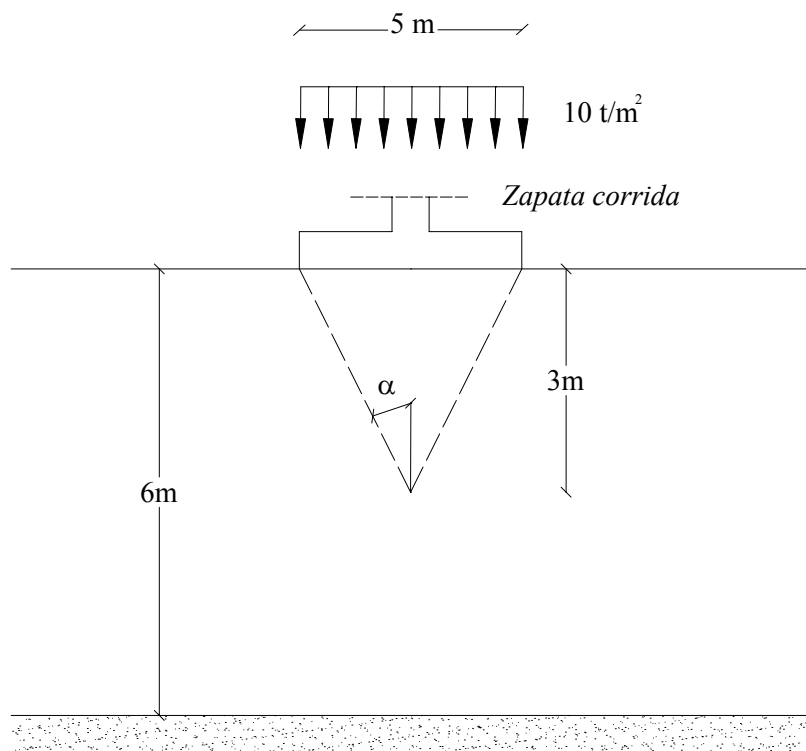


Fig. 16.4 Esquema de la zapata y definición del parámetro α .

A continuación se analiza el estado tensional de dicho punto en las diferentes etapas indicadas en el enunciado:

Estado inicial

Se supone un peso específico saturado de 2 t/m^3 y que el terreno se encuentra normalmente consolidado. Esta última hipótesis es razonable de acuerdo con el ensayo edométrico llevado a cabo (figura 16.2), ya que la presión de preconsolidación de la muestra ensayada no supera a la presión a la que estaba sometida la misma en el terreno (tensión efectiva de 3 kp/cm^2).

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \gamma_n z = 2 \text{ t/m}^3 \cdot 3 \text{ m} = 6 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_v &= \sigma_v - p_w = 6 \text{ t/m}^2 - 3 \text{ t/m}^2 = 3 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_h &= \sigma'_v K_0 = 3 \text{ t/m}^2 \cdot 0.5 = 1.5 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_h &= \sigma'_h + p_w = 4.5 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

Carga del terraplén

El terraplén produce un incremento de tensión vertical de $3 \text{ m} \cdot 2 \text{ t/m}^3 = 6 \text{ t/m}^2$. Al tratarse de un incremento tensional el suelo continúa en estado normalmente consolidado.

$$\begin{aligned}\sigma_v &= 6 \text{ t/m}^2 + 6 \text{ t/m}^2 = 12 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_v &= 12 \text{ t/m}^2 - 3 \text{ t/m}^2 = 9 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_h &= 9 \text{ t/m}^2 \cdot 0.5 = 4.5 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_h &= 4.5 \text{ t/m}^2 + 3 \text{ t/m}^2 = 7.5 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

Descarga del terraplén

Al descargar el terraplén, se eliminan las 6 t/m^2 aplicadas en la etapa anterior y el terreno se sobreconsolida. Se va a suponer que las tensiones horizontales no varían en este proceso. En

la realidad sí que aumentarían en cierta medida, aunque proporcionalmente menos que en cargas novalas.

$$\begin{aligned}\sigma_v &= 6 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_v &= 3 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_h &\approx 4.5 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_h &\approx 7.5 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

Carga de la cimentación

De acuerdo con el enunciado la cimentación está constituida por zapatas de 5 m de ancho que transmiten una tensión de 10 t/m^2 . Al tratarse de una nave industrial, presumiblemente alargada, puede suponerse que se trata de zapatas corridas. Para estimar los incrementos de tensiones totales inducidos por la cimentación va a suponerse un comportamiento elástico del terreno. Esta hipótesis no es del todo correcta tanto porque el suelo no tiene un comportamiento elástico como porque al estar sobreconsolidado tendrá una deformabilidad claramente diferente en dirección vertical y en dirección horizontal, al menos para incrementos de carga pequeños. Sin embargo, es la hipótesis más simple que se puede adoptar y puede proporcionar resultados suficientemente correctos. Según la misma, los incrementos de tensión producidos en la vertical del centro de la carga son los siguientes (ver figura 16.4):

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_v &= \frac{p}{\pi}(2\alpha + \sin 2\alpha) \\ \Delta\sigma_h &= \frac{p}{\pi}(2\alpha - \sin 2\alpha)\end{aligned}$$

El ángulo α vale en este caso $\arctg(2.5 \text{ m} / 3 \text{ m}) = 39.8^\circ$. Los incrementos tensionales serán:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_v &= \frac{p}{\pi}(2\alpha + \sin 2\alpha) = 7.6 \text{ t/m}^2 \\ \Delta\sigma_h &= \frac{p}{\pi}(2\alpha - \sin 2\alpha) = 1.3 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

Para calcular las tensiones efectivas es necesario conocer las presiones intersticiales. En el enunciado se pide el cálculo del efecto de la carga tanto a corto plazo (condiciones no drenadas) como a largo plazo (condiciones drenadas). En cada uno de estos dos casos las presiones intersticiales serán diferentes, por lo que deberán hacerse los cálculos independientemente.

Para el caso no drenado es necesario estimar el incremento de presión intersticial generado en el punto de cálculo. Para ello se va a utilizar la fórmula de Skempton, aunque el estado tensional producido no es de hecho triaxial sino de deformación plana. En esta fórmula aparece el parámetro A que el enunciado proporciona. Este parámetro no es constante y varía, en particular, a lo largo del ensayo. Por esta razón el valor de A dado por el enunciado ($A=0.5$) no coincide con el de rotura deducido en el primer apartado ($A=0.67$).

$$\begin{aligned}\Delta p_w &= \Delta\sigma_3 + A_f(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \\ \Delta p_w &= 1.3 \text{ t/m}^2 + 0.5(7.6 \text{ t/m}^2 - 1.3 \text{ t/m}^2) = 4.5 \text{ t/m}^2\end{aligned}$$

Con estos resultados se puede ya calcular el estado tensional final:

$$\sigma_v = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_1 = 6 + 7.6 = 13.6 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - (p_{w0} + \Delta p_w) = 13.6 - (3 + 4.5) = 6.1 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_3 = 7.5 + 1.3 = 8.8 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = \sigma_h - (p_{w0} + \Delta p_w) = 8.8 - (3 + 4.5) = 1.3 \text{ t/m}^2$$

que es el estado final tras la carga del terraplén en condiciones no drenadas. En cuanto al ángulo de rozamiento movilizado, si se define como

$$\phi_{mov} = 2 \left(\arctg \sqrt{\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}} - \frac{\pi}{4} \right)$$

se obtiene

$$\phi_{mov} = 2 \left(\arctg \sqrt{\frac{6.1 \text{ t/m}^2}{1.3 \text{ t/m}^2}} - \frac{\pi}{4} \right) = 40.4^\circ$$

El ángulo de rozamiento movilizado podría también definirse a través de la expresión completa del criterio de rotura de Mohr-Coulomb. 40.4° es un valor bastante alto, especialmente si se compara con el ángulo de rozamiento interno, bastante bajo, del suelo del estrato superior. Esto implica que puede haber puntos del terreno que estén en rotura así como que la cohesión es en este caso fundamental para que el punto analizado no haya alcanzado la misma (sin cohesión el ángulo de rozamiento movilizado nunca puede ser superior al ángulo de rozamiento interno).

Para el caso drenado (largo plazo) los incrementos de presión intersticial se habrán disipado totalmente:

$$\sigma_v = 6 + 7.6 = 13.6 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_v = 13.6 - 3 = 10.6 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_h = 7.5 + 1.3 = 8.8 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_h = 8.8 - 3 = 5.8 \text{ t/m}^2$$

Mientras que el ángulo de rozamiento movilizado será

$$\phi_{mov} = 2 \left(\arctg \sqrt{\frac{10.6 \text{ t/m}^2}{5.8 \text{ t/m}^2}} - \frac{\pi}{4} \right) = 17^\circ$$

que queda claramente más alejado de rotura que el caso anterior, y confirma que las condiciones no drenadas, con mayores presiones intersticiales y, consecuentemente, menores confinamientos efectivos, son más desfavorables.