

**MANUAL DE MECANICA DE FLUIDOS II****PARTE I - TUBERIAS****I. OBJETIVOS DEL CURSO:**

Entre los objetivos generales del curso se contempla:

- Explicar los procedimientos de solución para el cálculo de caudales en diferentes tipos de tuberías.
- Comprobar el principio de la continuidad para los flujos que se presentan en tuberías.
- Proporcionar los conocimientos fundamentales de la hidráulica y la mecánica de los fluidos que se requieren para el diseño de los sistemas del flujo a presión en tuberías y a superficie libre en canales.

El curso comprende el estudio del flujo uniforme y permanente en los sistemas de conducción, con aplicaciones prácticas en la ingeniería civil. El flujo no permanente o transitorio en tuberías, así como el flujo gradualmente variado en canales será tratado fundamentalmente con lo relacionada al diseño de las estructuras hidráulicas.

**II. INTRODUCCIÓN**

Los flujos internos en ductos en general se encuentran en la mayoría de las aplicaciones. Desde el suministro de agua potable hasta el transporte de líquidos industriales. Los ingenieros han diseñado y construido kilómetros de tuberías a gran escala. También abundan unidades de tuberías más pequeñas: en controles hidráulicos, en sistemas de calefacción y aire acondicionado, y en sistemas de flujo cardiovasculares y pulmonares, por nombrar algunos. Estos flujos pueden ser continuos o no continuos, uniformes o no uniformes. El fluido puede ser incompresible o compresible, y el material del que están hechas las tuberías puede ser elástico, inelástico, o tal vez viscoelástico. Este capítulo se ocupa principalmente de flujos incompresibles, continuos en tuberías rígidas. Las tuberías son relativamente simples, de modo que las variables pueden ser resueltas fácilmente con una calculadora, o son lo suficientemente complicadas como para utilizar programas de computadora.

Se considera que las tuberías se componen de elementos y componentes. Básicamente, los elementos de tubos son tramos de tubos de diámetro constante y los componentes son válvulas, tes, codos, reductores o cualquier otro dispositivo que provoque una pérdida en el sistema. Además de los componentes y elementos, las bombas agregan energía al sistema y las turbinas extraen energía. Los elementos y componentes se unen en juntas.

Después de analizar las pérdidas, se analizan varios sistemas de tuberías, incluidas configuraciones ramales, en serie y en paralelo. La atención se dirige después a sistemas de redes más amplios, en los que se presentan varios métodos de solución. La mayoría de los problemas de tuberías analizados son aquellos en los que la descarga es la variable desconocida.

### III. FLUJO EN CONDUCTOS CERRADOS

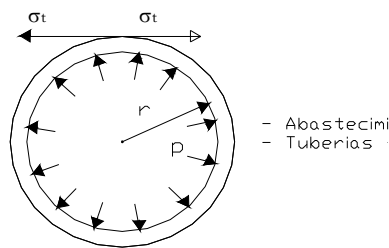
#### 3.1. CONDUCCIÓN DE FLUIDOS

El transporte de un fluido, específicamente el agua se puede realizar de 2 maneras:

- A presión             $\longrightarrow$  tuberías
- A gravedad          $\longrightarrow$  canales

La diferencia entre canal y tubería se encuentra en el comportamiento hidráulico, mas no en la forma de la sección transversal del conducto.

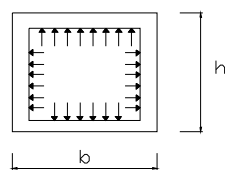
Las tuberías de sección circular tienen sus ventajas: Fabricación, estructurales e hidráulicas.



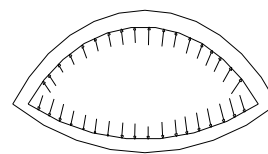
#### PRESION INTERNA:

Los criterios modernos para el cálculo de tuberías para conducción de líquidos a presión, contempla los siguientes aspectos:

- Solicitaciones debido a la presión interna en régimen permanente
- Solicitaciones debida a la sobrepresión interna variable entre valores positivos y negativos del régimen no permanente o transitorio, conocido como “Golpe de Ariete”



Sifones



Alcantarillas

Las Normas Técnicas Peruanas NTP, establecen una tensión de diseño a la tensión de 100 kg/cm<sup>2</sup>, por lo que las presiones internas de trabajo se calcularan con esta tensión admisible.

Se ha estandarizado para el cálculo de los esfuerzos de tensión en las tuberías circulares, el uso de las siguientes expresiones que se deriva de la resistencia de materiales:

Esfuerzo transversal y longitudinal en tuberías:  $\sigma_T = \frac{pr}{e}$        $\sigma_L = \frac{pr}{2e}$

De acuerdo a la ISO (International Organization for Standardization), el espesor de las tuberías circulares de PVC, se calcula con:

$$e = \frac{pD}{2\sigma + p}$$

Donde:

e = Espesor de pared en mm.

D= Diámetro exterior del tubo en mm.

P = Presion nominal en kg/cm<sup>2</sup>

$\sigma$  = Tensión de diseño (100 kg/cm<sup>2</sup>)

Asimismo, la NTP 399.002, ha determinado las siguientes presiones nominales de los tubos de PVC:

- \* CLASE 5      Presion nominal 5 kg/cm<sup>2</sup>
- \* CLASE 7.5    Presion nominal 7.5 kg/cm<sup>2</sup>
- \* CLASE 10    Presion nominal 10 kg/cm<sup>2</sup>
- \* CLASE 15    Presion nominal 15 kg/cm<sup>2</sup>

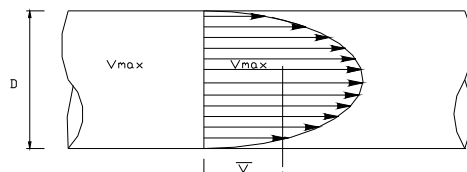
El flujo de los fluidos a presión a través de tuberías, pueden presentar tres regímenes diferentes e independientes cada uno de ellos:

- Flujo laminar
- Flujo en transición
- Flujo turbulento

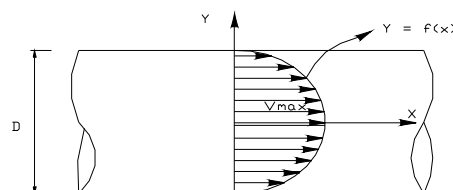
Cuando el flujo es laminar, la distribución de velocidades adopta un paraboloides de revolución (sección parabólica), es invariable en el tiempo.

Las capas de líquido se mueven paralelamente unas respecto de otras, sin intercambio en la cantidad del movimiento.

Ejemplo de ello es el movimiento del petróleo, aceites, sangre en tubos capilares y el agua a través de medios porosos en el suelo.

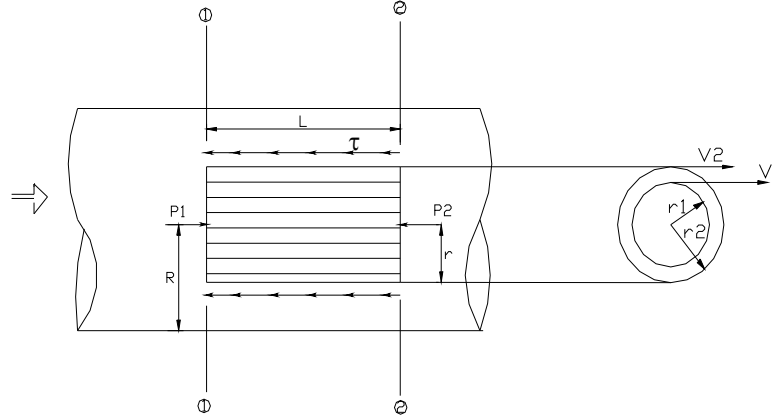


Si el flujo que se presenta en la tubería es de tipo turbulento, la distribución de velocidades sigue otra ley, generalmente del tipo logarítmica.



**3.2. FLUJO LAMINAR EN TUBERÍAS:**

En la Figura se muestra un volumen de control de radio “r” y longitud “L”, coaxial con la tubería de radio “R” que lo contiene y establezcamos la condición del equilibrio del cilindro separado:



$$P_1\pi r^2 - P_2\pi r^2 = (2\pi r L)\tau$$

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 = 2\pi r L \tau \quad \dots(1)$$

La resultante de las fuerzas de presión sobre los toques P1 y P2, es igual a la fuerza de rozamiento de la superficie lateral del cilindro con las capas contiguas o subyacentes del líquido.

Según la ley de Newton:

$$\tau = \frac{u \, dv}{dr} \quad \text{forma infinitesimal}$$

$$\tau = u \frac{\Delta v}{\Delta r} \quad \text{y de diferencias finitas}$$

Reemplazando en (1)

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 = 2\pi r L \frac{\Delta v}{\Delta r} \quad \rightarrow \quad (P_1 - P_2)r = 2uL \frac{\Delta v}{\Delta r}$$

También:

$$\Delta v = \frac{(P_1 - P_2)r}{2uL} \Delta r \quad \dots (2)$$

Cuando r aumenta en Δr, la velocidad V1 se reduce en Δvc, puesto que la velocidad disminuye hasta cero cuando se aproxima a las paredes del tubo.

Considerando:

$$\Delta v = V_2 - V_1$$

$$\Delta r = r_1 - r_2$$

Reemplazando en (2)

$$V_2 - V_1 = \frac{(P_1 - P_2)}{2uL} r(r_1 - r_2)$$

Pero:

$$r = \frac{r_2 + r_1}{2} \quad \therefore \quad V_1 - V_2 = -\frac{(P_1 - P_2)}{4\mu L}(r_2^2 - r_1^2)$$

$$r_2 = R \quad \Rightarrow \quad V_2 = 0 \quad V_1 = \frac{P_1 - P_2}{4\mu L}(R^2 - r_1^2)$$

$$\text{cuando } r = r_1 \rightarrow V = V_1 \quad \therefore \quad V = \frac{P_1 - P_2}{4\mu L}(R^2 - r^2)$$

Se conoce:

$$S = \frac{hf}{L} = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot gL} \rightarrow V = \frac{\rho \cdot gS}{4\mu}(R^2 - r^2) = \frac{gS}{4\nu}(R^2 - r^2) \text{ Ecuación de la parábola}$$

$$V_{\max} \rightarrow r = 0 \quad \therefore \quad V_{\max} = \frac{\rho gS}{4\mu} R^2 = \frac{\rho gSD^2}{16\mu}$$

$$\bar{V} = \frac{V_{\max}}{2} = \frac{\rho gSD^2}{32\mu}$$

La pérdida de energía:

$$hf = \frac{32\mu\bar{V}L}{\rho gD^2} \quad \text{HAGEN - POISEVILLE}$$

Multiplicando y dividiendo  $2 V/2 V$  la expresión anterior y reemplazando  $\frac{VD}{\nu} = Re$

La formula adquiere la siguiente forma:

$$\boxed{h_f = \frac{fL}{D} \times \frac{V^2}{2g}}, \quad \text{Ecuación de DARCY- WEISBACH}$$

Donde:  $f = \frac{64}{Re}$  Coeficiente de Fricción o rozamiento hidráulico (Poiseville)

### 3.3. DETERMINACIÓN DEL GASTO EN UN FLUJO LAMINAR:

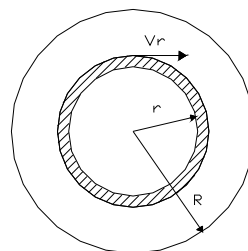
Por el anillo circular anular de espesor  $(r_2 - r_1)$  pasa un caudal elemental  $\Delta Q$ .

Para hallar el gasto total, es necesariamente sumar todos los volúmenes elementales.

Es fácil notar que la suma de estos volúmenes parciales da el volumen del paraboloides, Así :

$$Q = \sum \Delta Q = \sum_{r=0}^{r=R} A_r V_r$$

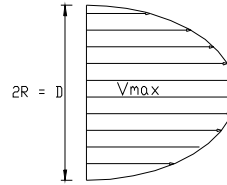
$$Q_r = \frac{\pi R^2}{2} \times \frac{P_1 - P_2}{4\mu L}(R^2 - r^2)$$



Caudal total, cuando  $r = 0 \rightarrow V_{\text{máx}}$

$$Q = \frac{1}{2} \pi R^2 x \frac{P_1 - P_2}{4\mu L} R^2$$

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{8\mu L} \pi R^4$$



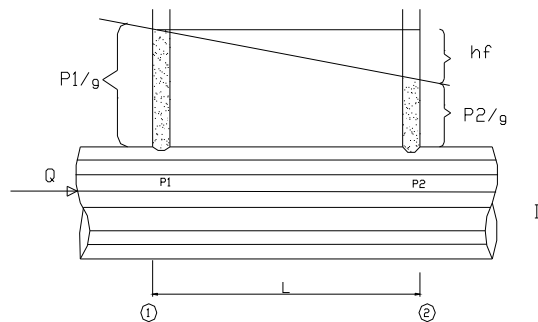
Sustituyendo  $R = D/2 \rightarrow Q = \frac{P_1 - P_2}{128\mu L} \pi D^4$

También se puede expresar el caudal Q, en función de la velocidad media V:

$$Q = \pi R^2 x \frac{1}{2} \left( \frac{P_1 - P_2}{4\mu L} R^2 \right)$$

$$Q = \pi R^2 x \frac{1}{2} \underbrace{V_{\text{máx}}}_{\bar{V}} \rightarrow Q = \bar{V} \cdot \pi R^2$$

**3.4. PERDIDA DE CARGA EN TUBERÍAS PARA RÉGIMEN LAMINAR:**



El gasto y velocidad del flujo en la tubería de diámetro D, puede calcularse como sigue :

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{128\mu L} \pi D^4 \quad \bar{V} = \frac{\rho g S D^2}{32\mu}$$

$$\bar{V} = \frac{P_1 - P_2}{32\mu} D^2$$

Donde P1 y P2 son las presiones en 1 y 2 respectivamente.

Conocemos que :  $h_f = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}$  y  $\mu = \rho \delta$  ,  $\delta$  = viscosidad cinemática o relativa.

$$\text{Reemplazando en } \bar{V} \quad \bar{V} = \frac{\frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g}}{\frac{32\mu L}{\rho g}} D^2 \quad \rightarrow \quad \bar{V} = \frac{gh_f}{32\nu L} D^2$$

Luego, despejando tenemos:

$$h_f = \frac{32\nu L \bar{V}}{gD^2}$$

Transformando de la siguiente forma :

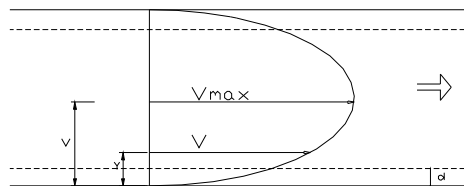
$$h_f = \frac{64}{\delta} \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g} \times \frac{2\bar{V}}{2\bar{V}}$$

### 3.5. FLUJO TURBULENTO EN TUBERÍAS

Durante el régimen turbulento del movimiento, las velocidades locales en cualquier punto del flujo varían con el tiempo, tanto en valor como en la dirección.

Las variaciones de la velocidad con el tiempo, se llaman pulsaciones de la velocidad. En un flujo turbulento vertiginoso surge también la pulsación de la presión, aumentando la resistencia al mecanismo.

El diagrama de distribución de las velocidades por la sección de un tubo circular se muestra en la Figura:



De lo contrario a lo que ocurre en una corriente,  $V_y$  no depende de la rugosidad de la superficie de las paredes y en donde se cumple la relación  $V_{max}/V_{media} = 2$ . En un flujo turbulento, la velocidad depende considerablemente del valor de la tensión tangencial en las paredes del cauce  $\tau_o$ , y en donde la relación  $V_{max}/V_{media} = 1.2, \dots, 1.3$ .

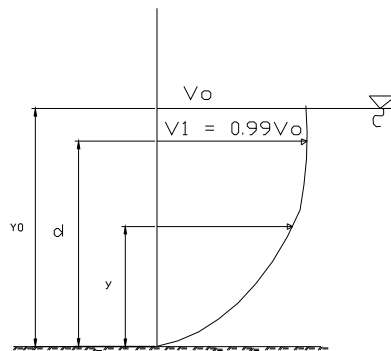
Del diagrama de distribución de velocidades se observa que el movimiento del flujo cerca de las paredes difiere considerablemente de las condiciones de movimiento del flujo principal. El movimiento en este último es turbulento; por eso es evidente que en la zona adyacente a la pared, el régimen de movimiento es laminar.

A la capa fina de líquido donde el movimiento se efectúa en el régimen laminar se denomina capa laminar límite, designando por  $\delta$  a su espesor. En esta zona del flujo predominan las fuerzas viscosas e de inercia.

### 3.6 CONCEPTO DE CAPA LIMITE

La teoría de la capa límite planteada por PRANDTT. Científico alemán (1904), se basa en separar el escurrimiento en 2 zonas muy definidas; la zona de la sub capa laminar por debajo de la capa límite, y la zona de la sub capa turbulenta por sobre esta.

Dentro de la capa límite laminar los esfuerzos viscosos son intensos y determinan un fuerte gradiente de velocidades. En la zona del flujo exterior a la capa límite, las fuerzas de fricción son despreciables debido al desarrollo del flujo turbulento y se comporta como un flujo perfecto e irrotacional. Cuando el flujo es permanente, son aplicables en esta zona las ecuaciones de Euler y la teoría del flujo potencial.



$\delta$  = espesor de la capa límite, donde  $V_1 = 0.99 V_0$

El espesor de la capa límite  $\delta$  es mas pequeña cuanto mayor es el numero de Reynolds. Para un numero de Reynolds infinito, que corresponde a un fluido ideal sin viscosidad, es evidente que el espesor de la capa límite es nulo.

### 3.7. ESFUERZO CORTANTE EN CONDUCTOS

#### a) ESFUERZO CORTANTE EN TUBERIAS:

Consideremos una tubería de diámetro D mostrado en la figura, en el que se analiza un volumen de control definido por un pequeño cilindro coaxial de radio  $r = D/2-h$ . La fuerza debida a la diferencia de presiones y el peso es igual a la fuerza debida a la fricción que ejercen las partículas fluidas sobre el área lateral del cilindro que se mueve a una velocidad V.

Del equilibrio se establece lo siguiente:

$$\tau_y \cdot 2\pi \left(\frac{D}{2} - y\right) \cdot L = (P_1 - P_2) \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} - y\right)^2 + \rho \cdot g \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2} - y\right)^2 \cdot L \cdot \text{sen} \theta$$

Realizando operaciones y relaciones, se obtiene finalmente que:

$$\tau_y = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{D}{4} - \frac{Y}{2}\right) S$$

Expresión que calcula el esfuerzo cortante del flujo en una tubería a una distancia y del contorno.

El esfuerzo cortante máximo  $\tau_o$  ocurre en el contorno de la superficie interna de la tubería, y se obtiene haciendo  $y=0$  en la expresión anterior.



$$\tau_o = \rho \cdot g \frac{D}{4} S$$

Pero la relación  $D/4$  es el radio hidráulico de una tubería circular, por lo que se obtiene:

$$\tau_o = \rho \cdot g R_h S$$

b) ESFUERZO CORTANTE EN CANALES:

Procediendo en forma similar que para el flujo en una tubería, consideremos el canal de pendiente  $S$  de la figura. En el volumen de control definido por el prisma de longitud  $L$  y altura  $h-y$  ( $y$  es la distancia entre el fondo del canal y el fondo del prisma), establezcamos la condición de equilibrio:

$$\tau_y L = \rho \cdot g (h - y) \cdot S \cdot L \cdot \text{sen} \theta$$

Para valores del ángulo  $\theta$  pequeños, se puede considerar que  $S = \text{tg} \theta = \text{sen} \theta$ , obteniendo lo siguiente:

$$\tau_y = \rho \cdot g (h - y) S$$

El esfuerzo cortante máximo  $\tau_o$  ocurre en el fondo del canal, y se obtiene haciendo  $y = 0$  en la expresión anterior.

$$\tau_y = \rho \cdot g h S$$

Una expresión bastante utilizada es cuando se sustituye el tirante  $h$  por el  $R_h$ ; valido para canales de gran anchura donde el  $R_h = h$ .

$$\tau_y = \rho \cdot g R_h S$$

VELOCIDAD DE CORTE  $V_*$ :

La velocidad de corte o velocidad friccionante se deriva de las relaciones entre el esfuerzo de corte por la velocidad del flujo y la pérdida de energía que experimenta debido a su desplazamiento. Si relacionamos  $\tau_y$  con la ecuación de Darcy Weisbach, tenemos que:

$$\tau_o = \rho \cdot g \frac{D}{4} S = \rho \cdot g \cdot \frac{D}{4} \cdot \frac{h_f}{L}$$

Despejando  $h_f$  e igualando con la expresión de Darcy:

$$h_f = \frac{4\tau_o L}{\rho \cdot g \cdot D} = \frac{f L V^2}{D \cdot 2g}$$

Obtenemos la relación siguiente:  $\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = V \sqrt{\frac{f}{8}} = V_* = V^* = V_f$

El término anterior, dimensionalmente tiene unidades de velocidad, por lo que se le denomina velocidad de corte o velocidad friccionante. Cual es el significado físico?

Relacionando la velocidad de corte con la velocidad media del flujo según la expresión de Chezy, obtenemos:

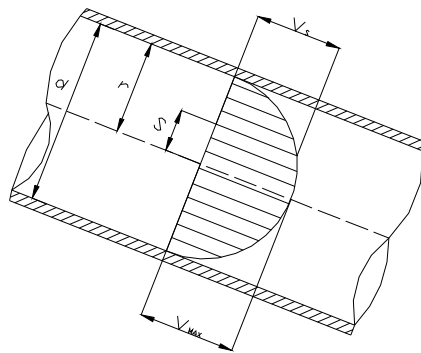
$$\frac{V}{V_*} = \frac{C}{\sqrt{g}}$$

Relacionando estas dos últimas ecuaciones, se tiene que:  $C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$

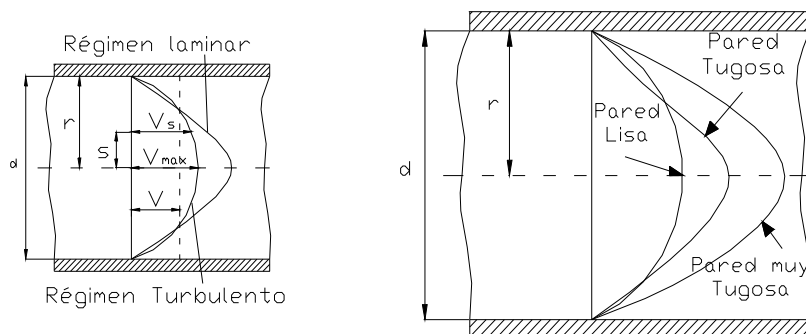
**3.8. RELACIONES ENTRE LA DISTRIBUCION DE VELOCIDADES Y LA VELOCIDAD MEDIA EN CONDUCTOS**

Las velocidades de las partículas a lo largo de la sección transversal de un conducto circular, por el cual se desplaza un fluido en régimen turbulento, varían en forma distinta que en el laminar.

En este último régimen la representación gráfica de dicha variación está dada por una parábola similar a la de la figura. Las velocidades en los bordes son nulas y en el eje se alcanza una máxima que es igual al doble de la velocidad media.



Cuando el escurrimiento se realiza en movimiento turbulento la representación gráfica se indica en las figuras siguientes, observándose que existen velocidades en los contornos, y que la máxima no difiere tan apreciablemente de la media, como en el régimen laminar. Esta última se aproxima más en el régimen turbulento a las velocidades de las partículas.



a) SUPERFICIE HIDRÁULICAMENTE LISA

Se presenta cuando el espesor de la capa límite  $\delta$  cubre las irregularidades o rugosidad interna de las paredes k. Según Schikling, una superficie es hidráulicamente lisa cuando:

$$\frac{V_* K}{\nu} \leq 5$$

También, si se cumple que:

$$5 < \frac{V_* K}{\nu} < 70,$$

La superficie interna de la tubería se encuentra en transición.

b) SUPERFICIE HIDRÁULICAMENTE RUGOSA

Cuando el espesor de la capa límite  $\delta$  no cubre las irregularidades internas de la tubería. Se presenta cuando:

$$\frac{V_* K}{\nu} \geq 70$$

De las expresiones anteriores, se puede derivar la relación para obtener la rugosidad media k, para cumplir tal condición, así por ejemplo, para una superficie hidráulicamente lisa se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Donde: } V_* = \sqrt{gRS} \\ V = C\sqrt{RS} \end{array} \right\} \frac{V}{V_*} = \frac{C}{\sqrt{g}}$$

Despejando:

$$V_* = \frac{V\sqrt{g}}{C}$$

Reemplazando:

$$\frac{V\sqrt{g}}{C} \cdot \frac{K}{\nu} \leq 5 \Rightarrow K = \frac{5\nu C}{V\sqrt{g}}$$

CANAL CON FLUJO TURBULENTO:

Para un flujo dentro de la sub capa laminar se cumple la condición:  $\frac{V_* \delta}{\nu} = 11.6$

a) Para superficie hidráulicamente lisa:  $Y_0 = \frac{\delta}{104},$

Donde:  $Y_0 \leq Y \leq h$  y  $\delta < Y < h$

Distribución de velocidades:  $V_y = \frac{V_*}{x} \ln \frac{104y}{\delta}$  ó  $V_y = 5.75V_* \log\left(\frac{104y}{\delta}\right)$

Velocidad media: 
$$V = \frac{V_*}{x} \text{Ln}(38.1 \frac{R_H}{\delta})$$

b) Para Superficie Hidráulicamente Rugosa: 
$$Y_0 = \frac{K}{30} = \frac{a}{15}$$

Distribución de velocidades: 
$$V_y = \frac{V_*}{x} \text{Ln} \frac{30y}{k} \quad \text{ó} \quad V_y = 5.75V_* \log(\frac{30y}{k})$$

Donde:  $Y_0 \leq Y \leq h$  y  $\delta < Y < h$

Velocidad media: 
$$V = \frac{V_*}{x} \text{Ln}(\frac{11R_H}{k})$$

#### TUBERÍA CON FLUJO TURBULENTO:

a) Para superficie hidráulicamente lisa: 
$$Y_0 = \frac{\delta}{104},$$

Donde:  $Y_0 \leq Y \leq h$  y  $\delta < Y < h$

Distribución de velocidades: 
$$V_y = \frac{V_*}{x} \text{Ln} \frac{104y}{\delta} \quad \text{ó} \quad V_y = 5.75V_* \log(\frac{104y}{\delta})$$

Velocidad media: 
$$V = \frac{V_*}{x} \text{Ln}(46.4 \frac{R_H}{\delta})$$

b) Para Superficie Hidráulicamente Rugosa: 
$$Y_0 = \frac{K}{30} = \frac{a}{15}$$

Distribución de velocidades: 
$$V_y = \frac{V_*}{x} \text{Ln} \frac{30y}{k} \quad \text{ó} \quad V_y = 5.75V_* \log(\frac{30y}{k})$$

Donde:  $Y_0 \leq Y \leq h$  y  $\delta < Y < h$

Velocidad media: 
$$V = \frac{V_*}{x} \text{Ln}(\frac{13.4R_H}{k})$$

#### EXPRESIÓN DE THYSEE:

Según Thysee 
$$\bar{V} = \frac{V_*}{x} \operatorname{Ln} \left( \frac{6R_H}{\partial + \delta/7} \right) \quad \text{Para tubería y canales}$$

Relacionando con la expresión de Chezy , para flujo uniforme en conductos, se tiene que el valor del coeficiente de fricción C en el sistema métrico, toma el valor de:

$$C \frac{\sqrt{m}}{\text{seg}} = 18. \log \left( \frac{6.R_h}{a + \delta/7} \right)$$

Thysee, estableció que la diferencia de velocidad en un punto con respecto a la velocidad media referida a la velocidad de corte en un conducto liso o rugoso se cumple que:

Canal: 
$$\frac{V_y - V}{V_*} = \frac{1}{X} \operatorname{Ln} \frac{y}{R_H} + 2.5,$$

Tubería: 
$$\frac{V_y - V}{V_*} = \frac{1}{X} \operatorname{Ln} \frac{y}{R_H} + 2$$

Donde  $V_y$  = Velocidad del flujo a una distancia y del contorno o fondo del canal

$V$  = Velocidad media del flujo

$V_*$  = velocidad de corte

$X$  = Coeficiente de proporcionalidad = 0.40 para agua limpia

$R_H$  = Radio hidráulico

¡Ampliar !!!!

Se indica a continuación los valores de las velocidades máximas del flujo en conductos según el material de la tubería y el diámetro de la misma, así como del material en suspensión que se transporta.

Normas Técnicas Peruanas NTP S-060 (Instalaciones Sanitarias en Edificaciones)

Para el cálculo del diámetro de las tuberías de distribución, la velocidad máxima será según la tabla siguiente:

DIAMETRO	VELOCIDAD MÁXIMA (m/seg)
1/2" (15mm)	1.90
3/4" (20mm)	2.20
1" (25mm)	2.48
1 1/4" (32mm)	2.85
>1 1/2" (40mm)	3.00

Normas Técnicas Peruanas NTP S-110 (Drenaje Pluvial Urbano)

*La velocidad máxima en los conductos de drenaje urbano con cantidades no significativas de sedimentos en suspensión, es función del material del que están hechas las tuberías y no deberán exceder los valores indicados en la tabla siguiente a fin de evitar la erosión de las paredes.*

<b>VELOCIDAD MÁXIMA PARA TUBERÍAS DE DRENAJE EN (m/seg)</b>	
<b>Material de la Tubería</b>	<b>Agua con elementos en suspensión (Arena y grava)</b>
Asbesto cemento	3.00
Hierro fundido dúctil	3.00
Cloruro de polivinilo PVC	6.00
Poliéster reforzado con fibra de vidrio PFR	3.00
Arcilla vitrificada	3.50
Concreto armado de:	
$f_c = 140 \text{ kg/cm}^2$	2.00
$f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$	3.30
$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$	4.00
$f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$	4.30
$f_c = 315 \text{ kg/cm}^2$	5.00

De igual modo las Normas Técnicas Peruanas, establecen las velocidades mínimas en conductos:

<b>CALIDAD DEL AGUA</b>	<b>VELOCIDAD MINIMA (m/s) (Flujo a tubo lleno)</b>
Limpia	0.60
Con elementos en suspensión	0.90

#### FORMULAS PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE $f$ EN FLUJO TURBULENTO EN TUBERÍAS:

FORMULAS EMPÍRICAS:

Para hidráulicamente lisas, una de las expresiones más antiguas es la de Blassius (1911). En ella:

$$f = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{(R_e)}} = \frac{0.3164}{(R_e)^{0.25}}$$

establecida para valores de  $(R_e)$  inferiores a 100.000, y cuando se excede este límite, los resultados no concuerdan con las experiencias. De acuerdo con la ecuación de Blassius, la pérdida la carga resulta proporcional a la potencia 1.75 de la velocidad.

Lees, basado en experiencias de Stanton y Pannell y Jacob y Eric, propuso para (Re) hasta 230.000:

$$f = 0.00714 + \frac{0.6104}{(R_e)^{0.35}}$$

Según S  ller y Hermann, válida hasta (Re) = 2.000.000:

$$f = 0.0054 + \frac{0.396}{(R_e)^{0.30}}$$

la expresión de Nikuradse permite alcanzar valores de (Re) hasta 3.240.000 siendo de la forma:

$$f = 0.0032 + \frac{0.221}{(R_e)^{0.237}}$$

Por ultimo, mencionaremos la fórmula de von K  rm  m y Prandtl, según la cual concuerda mejor que ninguna con la experimentación. El rango de valides es a partir de (Re) = 100.000 hasta (Re) = 3.400.000.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} &= 2 \log\left(\frac{D}{K}\right) + 1.14 \\ \frac{1}{\sqrt{f}} &= 2 \log\left(3.71 \frac{D}{K}\right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Para superficie hidráulicamente Rugosa} \\ \text{2}^\circ \text{ Ecuación de Karman Prandtl} \end{array}$$

En Tuberías hidráulicamente rugosas, el coeficiente de fricción f no depende de Re  $\therefore f = \varphi(K, D)$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f}} &= 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \\ \frac{1}{\sqrt{f}} &= 2 \log\left(\frac{\text{Re} \sqrt{f}}{2.51}\right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Para superficie hidráulicamente lisa} \\ \text{1}^\circ \text{ Ecuación de Karman Prandtl} \end{array}$$

O también:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log\left(\frac{D}{\delta}\right) + 2.23 = 2 \text{Log} 13.03 \frac{D}{\delta},$$

Para Flujo en transición se usa la ecuación de Colebrook y White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} + \frac{K}{3.71D}\right)$$

La ecuación anterior requiere un procedimiento de tanteo y error para su solución, como el método numérico de iteración de punto fijo llamado también de aproximación sucesiva. Este procedimiento resulta rápido si se

dispone de una calculadora programable, por esta razón en 1976 P. K. Swamee y A. K. Jain, propusieron la siguiente expresión explícita para el cálculo del factor de fricción:

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( \frac{1}{3.7D/\epsilon} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}} \right) \right]^2}$$

$$\begin{cases} 100 < D/\epsilon < 1*10^6 \\ 4000 < N_R < 3*10^8 \end{cases}$$

Esta ecuación es aplicable dentro de los siguientes rangos:

Se recomienda utilizar esta ecuación para obtener el valor inicial de f y luego ser utilizado en la ecuación de Colebrook - White

Ejemplo:

Un canal muy ancho que tiene una pendiente  $S = 2 \times 10^{-4}$ , conduce agua con un tirante de flujo  $h = 2$  m. Se requiere calcular la velocidad media  $\bar{V}$ , considerando que el revestimiento del canal es de concreto liso acabado ( $a = 3 \times 10^{-4}$  m) y la viscosidad relativa del agua  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/seg.

Solución:

$$C_{\sqrt{m}/seg} = 18 \text{Log} \left[ \frac{6R_H}{\delta + \delta/7} \right], \quad \text{Chezy: } V = C \sqrt{R_H S}$$

También:

$$\frac{V^* \delta}{\nu} = 11.6, \quad \text{donde } V_* = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}} = \sqrt{gR_H S} = \sqrt{9.8 \times 2 \times 2 \times 10^{-4}} = 6.26 \times 10^{-2} \text{ m/seg}$$

Luego, el espesor de la sub capa laminar es: 
$$\delta = \frac{11.6 \times 10^{-6}}{6.26 \times 10^{-2}} = 1.85 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Comprobamos si el revestimiento del canal se comporta como una superficie hidráulicamente lisa o rugosa:

$$\frac{V^* k}{\nu} = \frac{6.26 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-4}}{10^{-6}} = 37.56 > 5$$

$37.56 < 70 \quad \therefore$  Tipo de superficie en transición

Luego :



$$C_{\sqrt{m}/seg} = 18 \text{Log} \left[ \frac{6 \times 2}{3 \times 10^{-4} + 1.85 \times 10^{-4} / 7} \right] = 82 \sqrt{m}/seg$$

Calculamos la velocidad media del flujo:

$$v = C \sqrt{R_H S} = 82 \times \sqrt{2 \times 2 \times 10^{-4}} = 1.64 \text{ m}/seg$$

¿Flujo Laminar o turbulento?  $\therefore R_e = \frac{v R_H}{\nu} = \frac{1.64 \times 2}{10^{-6}} = 3.28 \times 10^6 > 10^5$ ; *Flujo Turbulento*

### 3.9 RUGOSIDAD ABSOLUTA Y RELATIVA

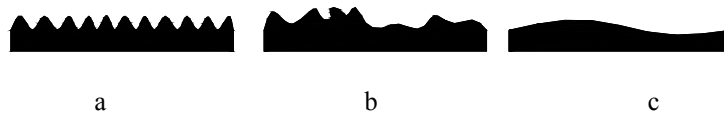
La aspereza de una superficie puede establecerse por el examen de la misma y la medida de la dimensión de sus irregularidades, las cuales dependen de las características y estado del material. Con este método se llega a la medición de la aspereza absoluta, expresada por una longitud  $k$ , que resulta ser la altura media de las irregularidades.

Se llama aspereza relativa a la relación que existe entre la aspereza absoluta y el diámetro del conducto, así:

$$\frac{k}{D}$$

La influencia de la aspereza sobre las condiciones de la circulación de fluidos en conductos rugosos carece de importancia en el régimen laminar, siempre que las rugosidades de la pared no produzcan una notable diferencia en la sección transversal interior del tubo. En cambio es muy importante en el régimen turbulento, en el que se debe tener en cuenta la característica del escurrimiento que se está presentando.

Según L. Hopf y K. Fromm existen dos clases de asperezas. Las primeras (a y b) tienen pequeñas longitudes de onda y gran amplitud, y constituyen las paredes rugosas.



En la práctica pertenecen a esta clasificación los conductos de fundición (nueva, oxidada, o con incrustaciones), de cemento (enlucido o sin enlucir), tablas rugosas, etc.

Este primer tipo de rugosidad produce una resistencia a la circulación cuyo factor de fricción  $f$  es independiente del número de Reynolds. La pérdida de carga entonces, es proporcional al cuadrado de la velocidad.

El segundo tipo recibe el nombre de rugosidad ondulada (figura c); las irregularidades se caracterizan por ser superficie lisas y de gran longitud de onda como sucede en las planchas de hierro asfaltadas o en los revestimientos interiores bituminosos. En este tipo de rugosidad la variación de  $f$  es muy similar a la del tubo liso, pero mayor; y para ambos tipos de tubo la resistencia resulta proporcional a la potencia 1.75 de la velocidad, según experiencias de Reynolds y de Blasius.

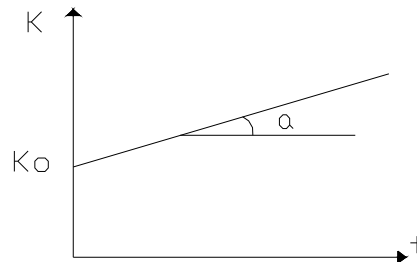
VARIACION DE LA RUGOSIDAD K DE UNA TUBERÍA:

Según Genijew (Handbuch der Hydraulik, M.A. Mostkow, Berlín, 1996), la rugosidad del contorno aumenta con el tiempo de acuerdo con la ley aproximada:

$$K_t = K_0 + \alpha t$$

Expresión en la cual  $k_0$  es la rugosidad inicial del material nuevo,  $k$  la rugosidad al alcanzar el tiempo  $t$  y  $\alpha$  un coeficiente de aumento. Midiendo las rugosidades en dos tiempos distintos, puede calcularse la constante  $\alpha$  y prever el comportamiento de la tubería para un tiempo mayor. Lógicamente  $k$  variara según el fluido que circule, la naturaleza y las características de la tubería.

En un tiempo  $t = t$  :  $K \rightarrow f(t)$



El valor de  $\alpha$  depende de la calidad del agua que circula por la tubería y de los años de servicio de la misma. Genjew, propuso en base a investigaciones realizadas, los siguientes valores:

GRUPO	CALIDAD DEL AGUA	$\alpha$
I	Agua con mínima cantidad de materia orgánica y sin efecto corrosivo	0.005-0.055
II	Agua con menos de 3mg/l de material orgánica y hierro en solución	0.055-0.18
III	Agua con mas de 3mg/l de hierro y menos de 150 MG/l de cloruros y sulfatos	0.18-0.40
IV	Agua impura con gran contenido de materia orgánica y corrosiva con más de 700 MG/l de sulfatos y cloruros.	0.40-0.60
V	Agua con pequeñas cantidades de carbonatos, dureza poco permanente, con residuo denso de 2000 MG/l.	0.6-1.0

**VALORES DE LA RUGOSIDAD ABSOLUTA  $k_o$** 

No	Material	$K_o$ en metros
1	Tubería lisa sin costura (vidrio, Cobre etc.)	$1.5 \times 10^{-6}$
2	Fierro forjado	$4.5 \times 10^{-5}$
3	Acero rolado, nuevo	$5 \times 10^{-5}$
4	Acero laminado, nuevo	$4 \times 10^{-5}, 10^{-4}$
5	Fierro fundido, nuevo	$2.5 \times 10^{-4}$
6	Fierro galvanizado	$1.5 \times 10^{-4}$
7	Fierro fundido, asfaltado	$1.2 \times 10^{-4}$
8	Fierro fundido, oxidado	$10^{-3}, 1.5 \times 10^{-3}$
9	Acero remachado	$0.9 \times 10^{-4}, 0.9 \times 10^{-3}$
10	Cemento enlucido	$4 \times 10^{-4}$
11	Asbesto cemento, nuevo	$2.5 \times 10^{-5}$
12	Concreto centrifugado, nuevo	$1.6 \times 10^{-4}$
13	Concreto muy bien terminado, a mano	$10^{-5}$
14	Concreto liso	$2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-4}$
15	Concreto bien acabado, usado	$2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-4}$
16	Concreto sin acabado especial	$10^{-3}, 3 \times 10^{-3}$
17	Concreto rugoso	$10^{-2}$
18	Piedra asentada y bien lisa	$5 \times 10^{-4}$
19	Revestimiento de piedra	$2 \times 10^{-3}$
20	Grava	$10^{-2}$
21	Piedra pequeña	$2 \times 10^{-2}$
22	Piedra grande	$5 \times 10^{-2}$
23	Roca	0.1
24	Tierra (lisa)	$3 \times 10^{-3}$
25	Canal con vegetación	0.1
26	Fibra de vidrio	$3 \times 10^{-2}$
27	PVC	$1.5 \times 10^{-3}, 7 \times 10^{-3}$

**IV. DISEÑO HIDRÁULICO DE TUBERÍAS**

En el diseño de tuberías. Tres son los problemas tipo que se presentan.

1) En el primero se conocen las características de las tuberías (diámetros, curvas, cargas en el origen, etc.) y según el caudal  $Q$  que circula se trata de calcular la pérdida de carga que se produce en el escurrimiento. Este

problema es directo y su resolución no presenta mayor dificultad; y cuando se prescinde de las resistencias por singularidad y se considera solo el de fricción, la solución se hace más rápida.

Al proyectarse las características del conducto y no fijarse la caída de presión para la circulación de un caudal dado, puede recurrirse a dos soluciones:

- a) Tuberías de gran diámetro con poca caída de presión,
- b) Tuberías de poco diámetro con mucha pérdida de carga.

Entre estos dos extremos existen muchas soluciones intermedias y conviene elegir la mas conveniente desde el punto de vista económico, tomando para ello el diámetro que haga mínima la suma de los costos de instalación y de explotación.

2} En el segundo problema tipo se conocen las características del conducto, el desnivel piezométrico disponible y se trata de determinar el caudal que circula, siendo por lo tanto una verificación. Para resolverlo, se iguala la pérdida de carga total por la carga disponible, así:

$$H = f(Q) = h_u + h_e + h_f + h_{cd} + h_{vs} \quad [1]$$

$h_u$ , como la pérdida de carga debida a la variación de energía cinética, debe considerarse la que aparece en el último tramo, por lo tanto:

$$h_u = \frac{V_n^2}{2g}$$

Suponiendo  $\alpha_1 = 1$  y designado con el sub índice n al tramo final de la tubería, la pérdida de carga a la entrada es:

$$h_e = K_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

La caída de presión por frotamiento valdrá en los distintos tramos según la ecuación de Darcy:

$$h_f = \sum_{i=1}^n \frac{8 \cdot f_i \cdot l_i \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot d_i^5}$$

Y las perdidas por el cambio de dirección y variaciones de sección resultaran

$$h_{cd} = \sum K_2 \frac{V^2}{2g} \text{ y: } h_{vs} = \sum K_3 \frac{V^2}{2g}$$

Extendiéndose la sumatoria a todas las que existen en el recorrido.

Remplazando en [1] se obtiene

$$H = \frac{V_n^2}{2g} + K_1 \frac{V_1^2}{2g} + \sum_{i=1}^n \frac{8 \cdot f_i \cdot l_i \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot d_i^5} + \sum K_2 \frac{V^2}{2g} + \sum K_3 \frac{V^2}{2g}$$

Multiplicando ambos miembros por 2g y efectuando operaciones:

$$2gH = V_n^2 + K_1 V_1^2 + \frac{16}{\pi^2} Q^2 \sum_{i=1}^n \frac{f_i l_i}{d_i^5} + \sum K_2 V^2 + \sum K_3 V^2$$

Teniendo en cuenta la ecuación de continuidad puede escribirse

$$V_n^2 = \frac{Q^2}{A_n^2} \quad V_1^2 = \frac{Q^2}{A_1^2} \quad \text{y en general} \quad V^2 = \frac{Q^2}{A^2}$$

Por lo tanto reemplazando en la ecuación anterior resulta:

$$2gH = Q^2 \left( \frac{1}{A_n^2} + \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{16}{\pi^2} \sum_{i=1}^n \frac{f_i l_i}{d_i^5} + \sum \frac{K_2}{A^2} + \sum \frac{K_3}{V^2} \right)$$

Por lo que despejando Q se obtiene en definitiva:

$$Q = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{\frac{1}{A_n^2} + \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{16}{\pi^2} \sum_{i=1}^n \frac{f_i l_i}{d_i^5} + \sum \frac{K_2}{A^2} + \sum \frac{K_3}{V^2}}} \quad [2]$$

Formula que permite calcular el caudal que pasa por una tubería de características conocidas según el desnivel H producido. Su aplicación resulta fácil cuando se emplean expresiones en que f es constante o depende del diámetro.

3) El tercer problema tipo es el dimensionamiento de la tubería. Como dato se tiene el caudal Q a circular y la carga disponible. Para resolver conviene calcular el diámetro considerando solamente las resistencias de frotamiento, aumentándolo luego de acuerdo con el número de resistencias locales que haya. Se proyecta así la tubería que luego se verifica según el primer problema tipo.

**Ampliar!!!!**

#### 4.1 EXPRESION DE HAZEN Y WILLIANS PARA PÉRDIDAS EN TUBERÍAS

En el siglo XIX e inicios del XX se obtuvieron muchas fórmulas empíricas. Cada una de estas representa un modelo matemático que se aproxima a los valores de velocidad y fricción obtenidos en el laboratorio, pero no puede asegurarse que los modelos sean válidos por fuera del rango de experimentación.

Sin embargo algunas de estas fórmulas aseguraron resultados aceptables y rápidos dentro de sus rangos. Una de ellas fue la propuesta por Hazen y Williams en 1903. Con esto se propuso "corregir" el inconveniente presentado con la ecuación de Colebrook - White, pues el factor de fricción  $f$  varía con el material, el diámetro y la velocidad, haciendo, a principios del siglo XX, engorroso su cálculo.

La expresión original propuesta es entonces:

$$V = 1.318C R_H^{0.63} S_F^{0.54}$$

donde:

- V : Velocidad del flujo en pies/s
- C: Constante de Hazen - Williams
- R<sub>H</sub> : Radio hidráulico en pies
- S<sub>f</sub> : Cociente  $h_f/L$ , pérdida de energía en la longitud del conducto en pies/pies

El uso del radio hidráulico nos permite aplicar la fórmula tanto en conductos circulares como en los no circulares. Para convertir la ecuación de Hazen - Williams al sistema internacional SI, debemos pasar la velocidad a m/s y el radio hidráulico a metros.

$$V = 0.8492C R_H^{0.63} S_F^{0.54}$$

Si despejamos  $h_f$  de la ecuación y dejamos en función del caudal, obtenemos otra forma de la ecuación muy útil en los cálculos:

$$h_F = \frac{10.67LQ^{1.852}}{C^{1.852} D^{4.87}}$$

Esta fórmula es aplicable con las siguientes restricciones:

- Velocidades de flujo menores de 3.05 m/s
- Conductos de diámetros entre 2 y 72 pulgadas (50mm y 1800mm)
- Desarrollada únicamente para flujo turbulento.
- Agua a 15°C

#### DEDUCCIÓN DE LA EXPRESION DE HAZEN Y WILLIANS:

Hazen, determino experimentalmente la relación siguiente:

$$h_f = KL \frac{V^{1.185}}{D^{1.167}} = KL \frac{V^n}{D^m} \quad n \neq m \quad \text{Solo para agua}$$

Reemplazando en la expresión anterior:  $R_H = \frac{D}{4}$  ,  $S = \frac{h_f}{L}$  , tenemos que:  $S = K \frac{V^{1.185}}{(4R_H)^{1.167}}$

Despajando la velocidad e igualando con la expresión de Chezy:

$$V^{1.185} = \left( \frac{(4)^{1.167}}{K} \right) R_H^{1.167} S \quad \rightarrow \quad V = C_w R_H^{0.63} S^{0.54} = C_c R_H^{0.5} S^{0.5}$$

↙  $C_w$

Para  $R_H = 1'(0.3048m)$  y  $S = 0.001$ , reemplazando en la expresión anterior se obtiene la relación en el sistema métrico, entre los coeficientes de Hazen y Williams y el coeficiente de Chezy:

$C_w = 1.54 C_c$

En sistema Ingles. Se verifica que: 

$C_w = C_c$

Luego, la velocidad en el sistema métrico es:

$$V = 1.54 C_c R_H^{0.63} S^{0.54} , \quad \text{donde } C_c \text{ en } \sqrt{m} / \text{seg}$$

Se conoce que:  $C_c \text{ en } \sqrt{pie} / \text{seg} = 0.55 C_c \text{ en } \sqrt{m} / \text{seg} .$

Luego, en el sistema Ingles, la velocidad se expresa como:

$$V \text{ m/s} = 0.85 C_c R_H^{0.63} S^{0.54} , \quad \text{donde } C_c \text{ en } \sqrt{pie} / \text{seg}$$

Calculo del caudal  $Q = A \times V$

$$Q_{\frac{m^3}{seg}} = 0.278 C_c \frac{\sqrt{pie}}{seg} D_m^{2.63} S^{0.54}$$

$Q_{\frac{ft^3}{seg}} = 0.0004264 C_c \frac{\sqrt{pie}}{seg} D_{\text{pu}lg}^{2.63} S_{\frac{m}{Km}}^{0.54}$

Expresión de Hazen y William

Si reemplazamos  $S = \frac{h_f}{L} \left( \frac{m}{Km} \right)$  y despejando  $h_f$  tenemos que:

$$h_{fnt} = 1.718 \times 10^6 \frac{L_{Km} Q_{l/seg}^{1.85}}{C_{\sqrt{pie}/seg}^{1.85} D_{pulg}^{4.87}}$$

Tabla No          Valores del coeficiente de Hazen y Williams, según NTP S-050

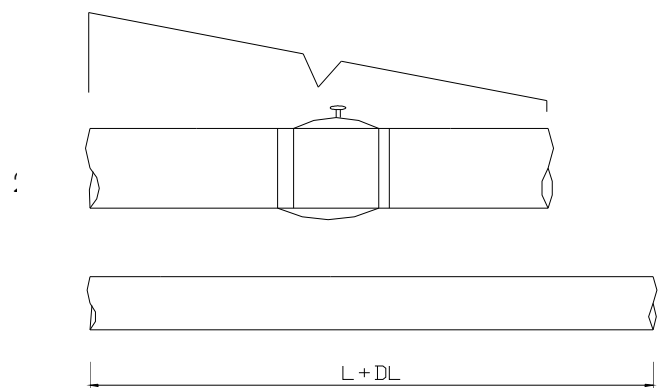
Se muestra en la tabla siguiente, los valores de Hazen y Williams  $C$  en  $\sqrt{pie}/seg$ , para el calculo hidráulico de las redes de distribución de agua que establecen las Normas Técnicas Peruanas NTP, para diferentes tipos de materiales la tubería.

COEFICIENTES DE DSTRIBUCON “C” EN LA FORMULA DE	HAZEN Y WILLAMS
TPO DE TUBERIA	C
Asbesto cemento	140
Policloruro de vinilo PVC	140
Acero sin costura	120
Acero soldado en espiral	100
Fierro fundido	100
Fierro galvanizado	100
Concreto	110
Polietileno	140

Se muestra en la tabla siguiente algunas variaciones que podrían adoptarse según el criterio y experiencia.

COEFICIENTES DE DSTRIBUCON “C” EN LA FORMULA DE	HAZEN Y WILLAMS
TPO DE TUBERIA	C
Policloruro de vinilo PVC	150
Hierro fundido nuevo con revestimiento interior de mortero y bitumen:	
Para diámetros altos (>800 mm)	150
Para diámetros menores (<750 mm)	140
Hierro fundido revestido alquitrán, con 5 años	120
Hierro fundido tuberculizado con 20 años	95
Concreto moldeado liso	120
Concreto moldeado no metálico (moldes)	110

4.2 TUBERÍA EQUIVALENTE :





$$P_{c1} = \frac{f(L + \Delta L)}{D} \times \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Tubo recto})$$

$$P_{c1} = P_c + P_{c_a}$$

$$P_{c1} = \frac{f(L)}{D} \times \frac{V^2}{2g} + K_a \frac{V^2}{2g}$$

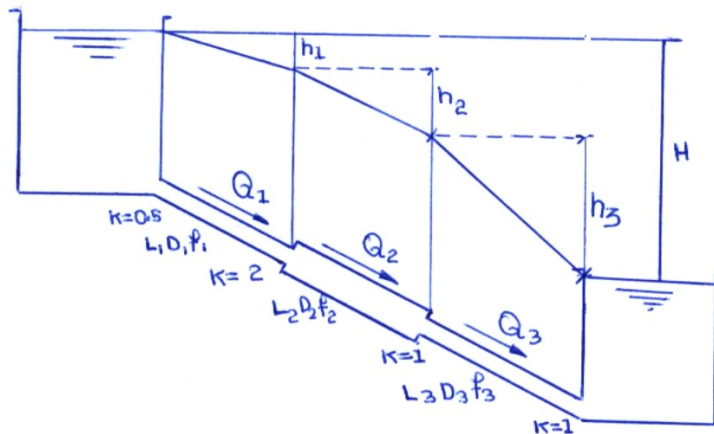
$$K_a \frac{V^2}{2g} = \frac{f(\Delta L)}{D} \times \frac{V^2}{2g} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta L = \frac{K_a D}{f}}$$

**4.3 PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS DE LAS TUBERÍAS SIMPLES:**

Se considera que las tuberías se componen de elementos y componentes. Básicamente, los elementos de tubos son tramos de tubos de diámetro constante y los componentes son válvulas, tes, codos, reductores o cualquier otro dispositivo que provoque una pérdida en el sistema. Además de los componentes y elementos, las bombas agregan energía al sistema y las turbinas extraen energía. Los elementos y componentes se unen en juntas.

Después de analizar las pérdidas, se analizan varios sistemas de tuberías, incluidas configuraciones ramales, en serie y en paralelo. La atención se dirige después a sistemas de redes más amplios, en los que se presentan varios métodos de solución. La mayoría de los problemas de tuberías analizados son aquellos en los que la descarga es la variable desconocida.

**a) TUBERÍAS EL SERIE**



$$H = \sum_{i=1}^n \frac{f_i L_i V_i^2}{D_i \cdot 2g} + \sum_{i=1}^n \frac{K_i V_i^2}{2g}$$

$$H = 0.5 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{f_1 L_1}{D_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g} + 2 \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2\delta} + \frac{f_2 L_2}{D_2} \cdot \frac{V_2^2}{2g}$$

Son Aquellas tuberías que se encuentran conectadas unas a continuación de otras. Conduciendo el mismo caudal tal como se muestra en la figura.

El dimensionamiento o diseño en estas tuberías comprende según las características del problema:

El diseño se basa en:

1. **Determinar el caudal Q, conocida la carga H.**
2. **Determinar la carga H, conocido el gasto Q.**

Datos que se conocen del problema:

$L_i$  Longitud  $i$

$D_i$  Diámetro  $i$

$f_i$  Coeficiente de Fricción  $i$

$H$  Pérdida de carga total ( $Q \blacktriangleright$  se determina)

$Q \blacktriangleright$  Caudal ( $H \blacktriangleright$  se determina)

$$H = h_1 + h_2 + h_3$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

$$h_i = \frac{8 f_i L_i Q^2}{\pi^2 g D_i^5} = \frac{0.0827 f_i L_i^2}{D_i^5} \cdot Q^2$$

1) Conociendo  $H$  y Determinando  $Q$ :

\* Si  $f_i$  es conocido:  $f_1, f_2, f_3$

$$h_1 = 0.0827 \frac{f_1 L_1}{D_1^5} \cdot Q^2 \dots (\alpha)$$

$$h_2 = 0.0827 \frac{f_2 L_2}{D_2^5} \cdot Q^2 \dots (\beta)$$

$$D_2^5$$

$$h_3 = 0.0827 \frac{f_3 L_3 \cdot Q^2 \dots (\gamma)}{D_3^5}$$

$$H = K_1 Q^2 + K_2 Q^2 + K_3 Q^2$$

$$H = (K_1 + K_2 + K_3) Q^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{H}{K_1 + K_2 + K_3}}$$

Donde:

$$K_1 = 0.0827 \frac{f_1 L_1}{D_1^5}$$

$$K_2 = 0.0827 \frac{f_2 L_2}{D_2^5}$$

$$K_3 = 0.0827 \frac{f_3 L_3}{D_3^5}$$

Determinado  $Q$  se reemplaza en  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$ ,  $(\gamma)$  para obtener los valores de  $h_1, h_2 \wedge h_3$

\* Si  $f_i$  no es conocido:  $f_1, f_2, f_3$

Se asume una velocidad " $V_1$ " "luego":

$0.6 \text{ m/s} \leq V \leq 4 \text{ m/s}$  Intervalo a seguir.

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_3 V_3$$

$$A_i = \frac{\pi D^2 i}{4}$$

Se determinan las otras velocidades  $V_2 \wedge V_3$

Se obtienen los coeficientes de fricción  $f_i$ :

$$f = \frac{0.316}{\text{Re}^{1/4}} \quad \blacktriangleright \text{ flujo de transición}$$

$$f = \frac{Re}{64} \quad \blacktriangleright \text{flujo laminar}$$

$$f = 2 \log(Re\sqrt{f}) - 0.8 \quad \blacktriangleright \text{flujo turbulento}$$

Donde:  $Re = \frac{VD}{\nu}$

Al asumir un "V<sub>1</sub>" se obtuvo un supuesto caudal "Q" y un coeficiente de fricción "f<sub>1</sub>", además se determinaron las otras velocidades y "f" correspondientes, con estos valores se hallan las pérdidas de carga:

$$h_1 = 0.0827 f_1 L_1 \cdot \frac{Q^2}{D_1^5}$$

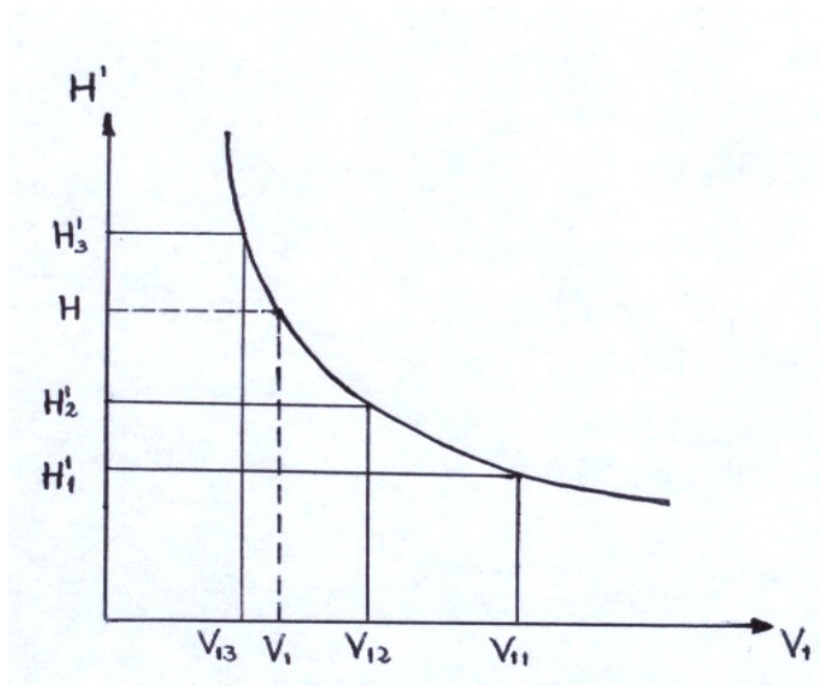
$$h_2 = 0.0827 f_2 L_2 \cdot \frac{Q^2}{D_2^5}$$

$$h_3 = 0.0827 f_3 L_3 \cdot \frac{Q^2}{D_3^5}$$

$$H^1 = h_1 + h_2 + h_3$$

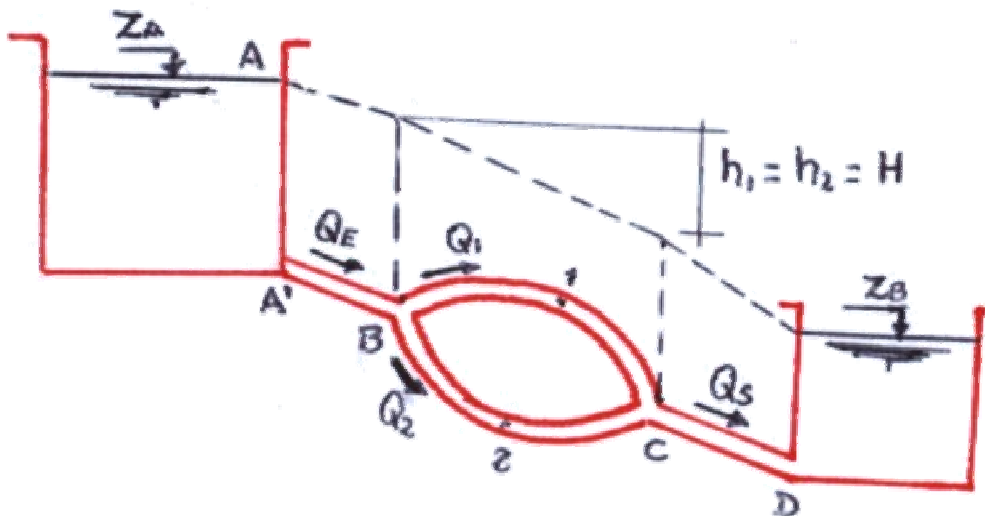
Se debe cumplir: H' = H

Pero difícilmente se cumple, entonces se asume otra velocidad "V<sub>1</sub>" para obtener otra H' hasta realizar 3 tanteos y plasmarlos en un gráfico:



Se interseca la proyección de la ordenada con la curva obtenida mediante los 3 tanteos, y se proyecta con la abscisa, hallando la  $V$ , real y el cual  $Q_1 = Q$

### b) TUBERÍAS EN PARALELO



Ramal B1C // B2C

Son aquellas tuberías donde en algún punto de su recorrido se une en dos o más ramales y que son conectadas en un mismo punto común.

Datos conocidos del problema:

$L_i$  ► Longitud  $i$

$D_i$  ► Diámetro  $i$

$Q_E = Q_S$  ► Caudal de entrada o caudal de salida

$F_i$  ► Coeficiente de fricción

$C_i$  ► Coeficiente de Chezy

$H$  ► Pérdida de carga total

( $Q$  ► se determina)

Del gráfico se puede observar:

$$Q_E = Q_S = Q = Q_1 + Q_2$$

$$H = h_1 = h_2$$

$$h_i = 0.0827 \frac{f_i L_i}{D_i^5} \cdot Q^2 \wedge h_i = \frac{1.718 \times 10^6 L_i}{C^{1.85} \cdot D^{4.87}} \cdot Q^{1.85}$$

1) Conociendo Q y Determinando H:

\* Si  $f_i$  ó  $C_i$  es conocido:

$$h_1 = H = K_1 Q_1^n$$

$$h_2 = H = K_2 Q_2^n \blacktriangleright n = \{2; 1-85\}$$

$$\left. \begin{array}{l} K_1 Q_1^n = K_2 = Q_2 \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{array} \right\} \text{ SISTEMA DE } 2 \text{ ECUACIONES}$$

$n = 2$  para la ecuación de DARCY WEISBACH

$n = 1.85$  para la ecuación de HAZEN Y WILLIAMS

Se hallan los valores de  $Q_1 \wedge Q_2$  luego el valor de H

\* Si  $f_i$  ó  $C_i$  no es conocido:

Se asume una velocidad "V" luego:  $0.6 \text{ m/s}$

$$Q_1 = V_1 \cdot A_1$$

$$Q_2 = Q - Q_1$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2}$$

$$A_i = \frac{\pi D_i^2}{4}$$

Se obtienen los coeficientes  $f$  ó  $C$ :

$$f = \frac{0.316}{R^{1/4}} \rightarrow \text{Flujo en transición}$$

$$f = \frac{Re}{64} \rightarrow \text{Flujo laminar}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.1 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8 \rightarrow \text{Flujo turbulento}$$

Donde:  $Re = \frac{VD}{\nu}$

Si se utiliza la ecuación de Hazen y Willians se utiliza la transformación siguiente:

$$e = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

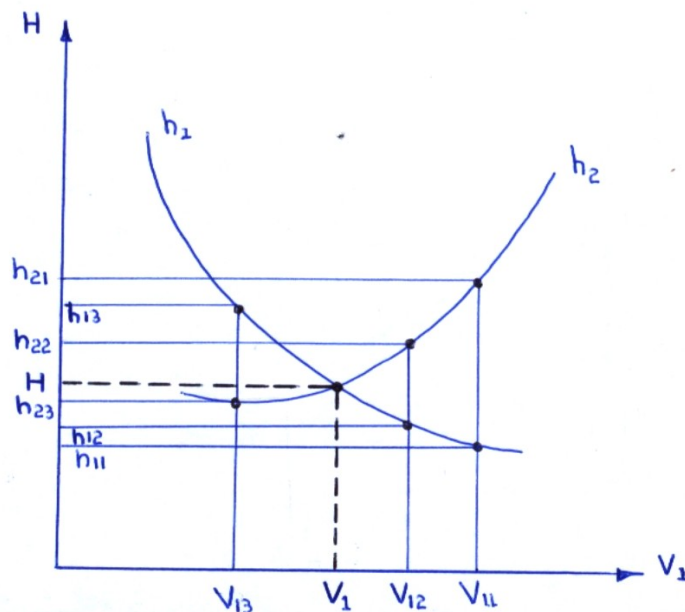
Al asumir un "V", se obtuvo un supuesto caudal "Q", y un coeficiente "f" o "e", además se determinaron la otra velocidad y su coeficiente correspondiente con estos valores se hallan las pérdidas de carga:

$$h_1 = K_1 Q_1^n$$

$$h_2 = K_2 Q_2^n$$

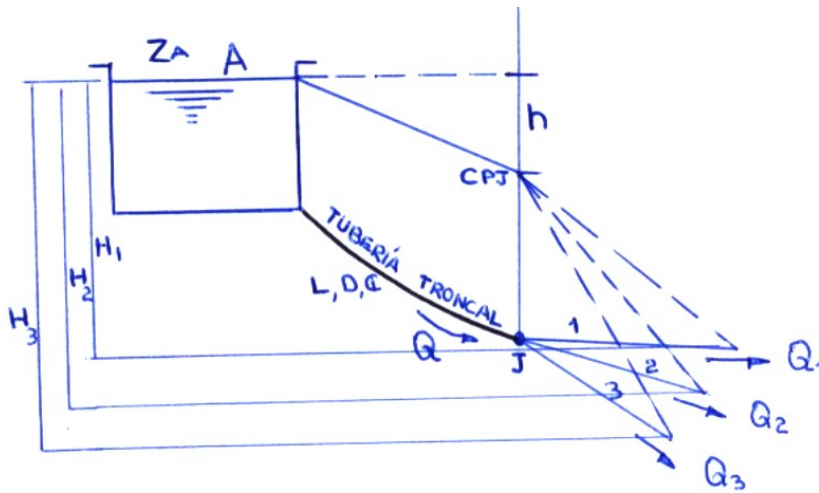
Se debe cumplir:  $h_1 = h_2 = H$

Pero difícilmente se cumple, entonces se asume otra velocidad "V<sub>1</sub>" para obtener un  $h_1 \wedge h_2$  hasta realizar 2 tanteos y plasmarlos en un gráfico:



La intersección de las curvas de  $h_1 \wedge h_2$  es el H real con su correspondiente velocidad "V<sub>1</sub>" (Q<sub>1</sub>)

**C) DESCARGA LIBRE POR 2 O MÁS RAMALES**



Dato

$L, D, C, L_1, D_1, C_1, H_1, H_2, H_3$

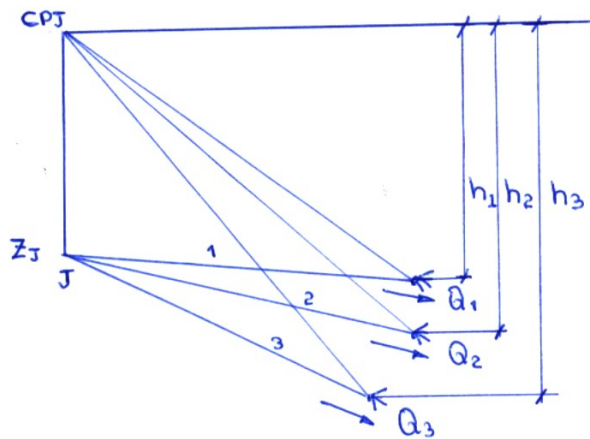
(1) :  $L_1, D_1, C_1$

(2) :  $L_2, D_2, C_2$

(3) :  $L_3, D_3, C_3$

Cota de J ( $z_J$ )

Cota de A ( $z_A$ )





El método para calcular los caudales es el siguiente:

Calculamos las energías disponibles para cada tramo.

$$H = Z_a - CPJ$$

$$h_1 = H_1 - h$$

$$h_2 = H_2 - h$$

$$h_3 = H_3 - h$$

Se calcula el gasto en cada tubería, utilizando la ecuación de Darcy o Hazen y Willians

$$Q = 3.477 \sqrt{\frac{D^5}{fl}} h^{1/2}$$

$$Q = \frac{0.000426CD^{2.63}}{L^{0.59}} h^{0.54}$$

$$Q = Kh^x$$

$$Q_1 = K_1 h_1^x$$

$$Q_2 = K_2 h_2^x$$

$$Q_3 = K_3 h_3^x \quad \rightarrow \quad x = \{1/2; 0.54\}$$

De acuerdo al ejemplo empleado se debe cumplir:

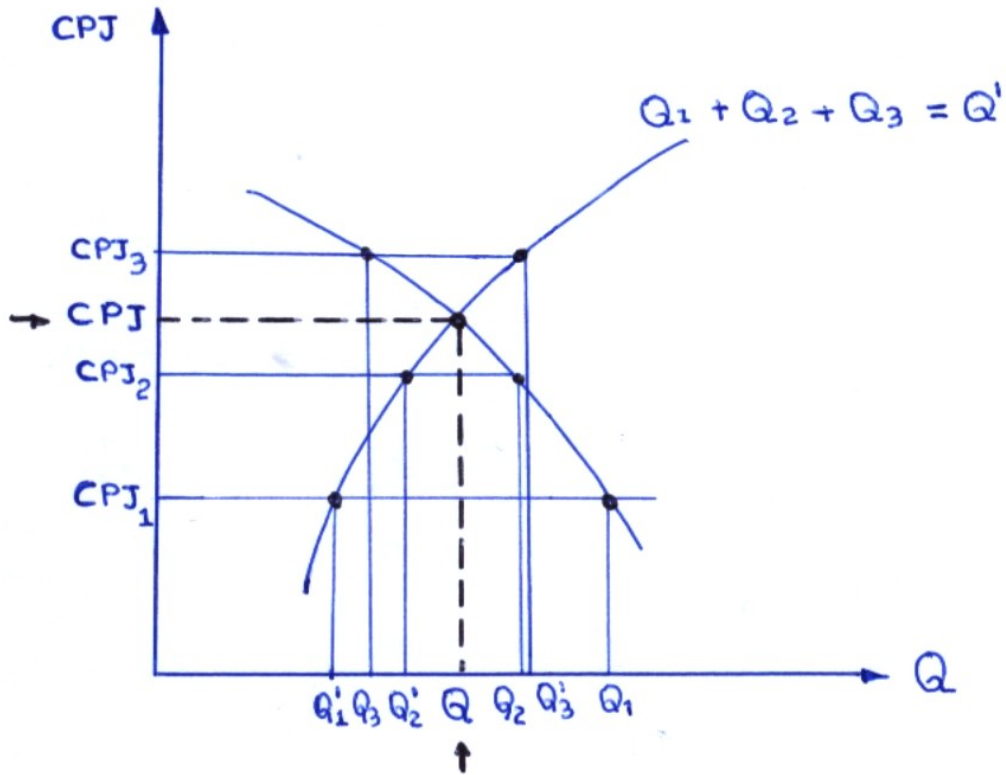
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q^1$$

Si no se cumple entonces se asume otra CPJ:

$$\sum_{i=1}^3 Q_i > Q \Rightarrow \text{Disminuir CPJ}$$

$$\sum_{i=1}^3 Q_i > Q \Rightarrow \text{Disminuir CPJ}$$

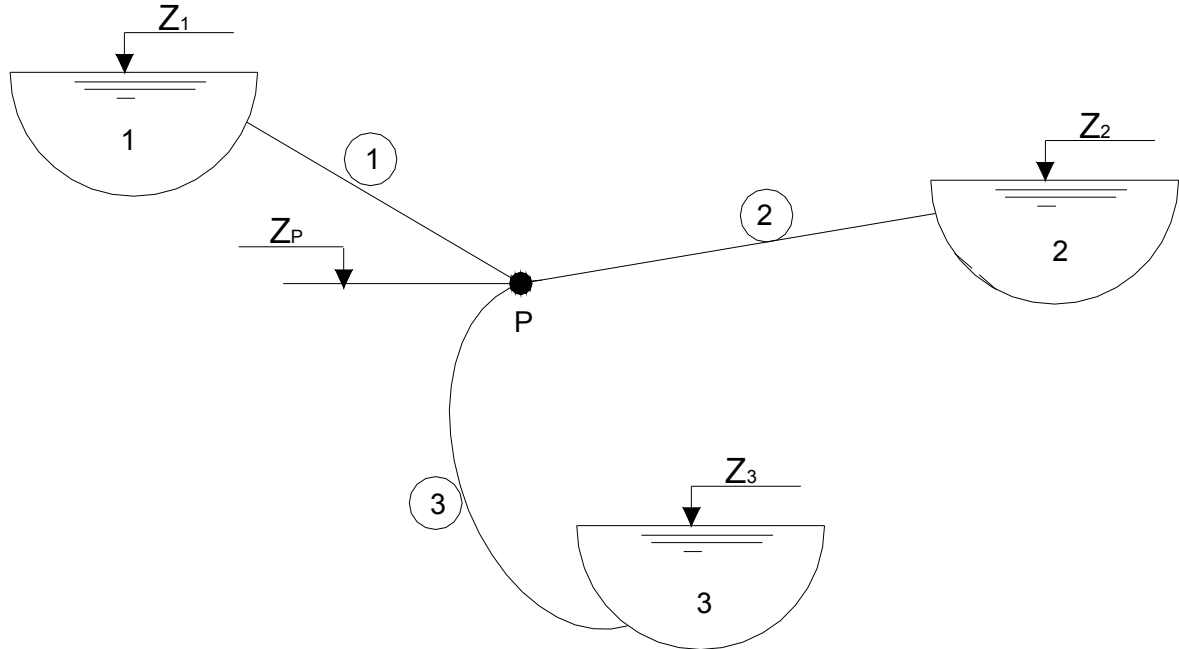
Según esto se realiza en total 3 tanteos, para luego plasmar los resultados en un gráfico:



Con la CPJ real se determinan las pérdidas de energía reales y se reemplazan en la ecuación del gasto para cada tramo obteniéndose el caudal verdadero y se comprueba igualando su suma con el valor de "Q" hallado en la grafica.

## EL PROBLEMA DE LOS TRES RESERVORIOS

En la figura se muestran tres estantes ubicados a diferentes niveles y que están comunicados entre si por un sistema de tuberías que concurren en un punto P.



Los valores de  $Z$  corresponden a las cotas piezométricas. En los estantes corresponden a la elevación de la superficie libre. Para el nudo P más la altura correspondiente a la presión.

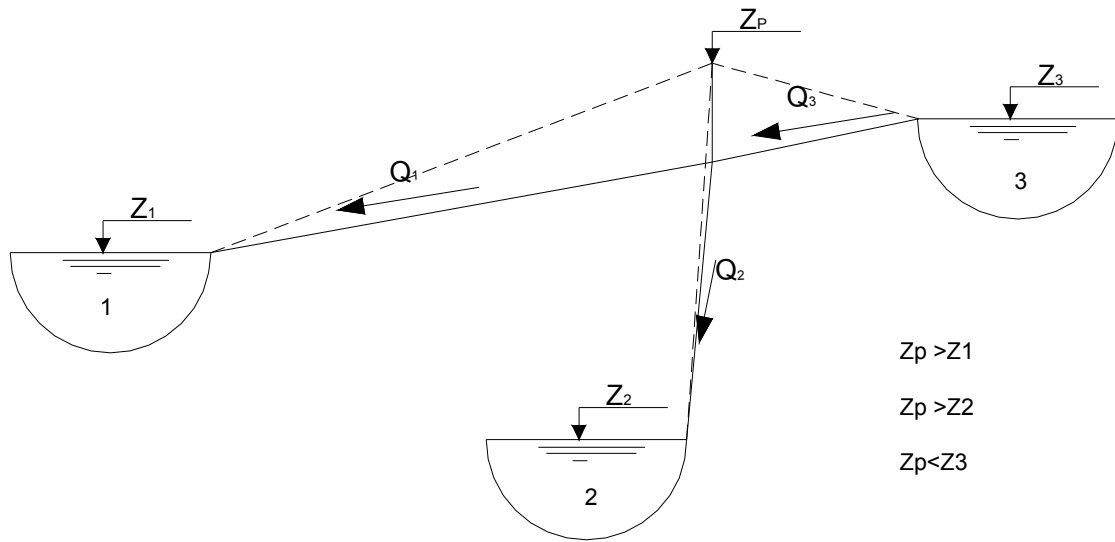
Usualmente los datos son: diámetros, longitudes y rugosidades de cada ramal y cotas piezométricas (elevaciones de la superficie libre) de cada estanque. Se busca el gasto en cada ramal y la cota piezométrica del punto. Para determinados problemas pueden presentarse diferentes combinaciones entre los datos e incógnitas mencionados.

El sentido del escurrimiento en cada tubería dependerá de la diferencia entre la cota piezométrica del nudo P y la del estanque respectivo.

Evidentemente que la cota piezométrica del punto P no puede ser superior a la de los tres reservorios, pues en este caso el punto P debería comportarse como un punto alimentador del sistema. Tampoco puede ser que el punto P tenga una cota inferior a la de

los tres estanques, pues entonces todo el caudal escurriría allí lo que implicaría que P sea un punto de desagüe. La cota del punto P determinará el sentido del escurrimiento en cada ramal. Así por ejemplo si la cota de P está por encima de los estanques 1 y 2, pero debajo del estanque 3, los sentidos del escurrimiento serán los mostrados en la figura siguiente.

La discusión anterior excluye el caso de un sifón.



En este caso particular la ecuación de la continuidad es:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Esto significa que en el estanque 3 es alimentador. Podrían hacerse dibujos análogos para otras combinaciones de cotas piezométricas. Debe verificarse siempre la ecuación de continuidad en el nudo: la suma de los gastos en el nudo con su propio signo es cero.

Para resolver el problema de los tres reservorios, conociendo los diámetros, longitudes y rugosidades de cada tubería, así como las cotas piezométricas de cada estanque, se sugiere el método siguiente:

1. Suponer un valor para cada cota piezométrica del punto P.

2. Calcular por simple diferencia, las energías disponibles en cada tramo. Corresponden a las pérdidas un valor para la cota piezométrica de cada  $h_{f1}$ ,  $h_{f2}$  y  $h_{f3}$ .

Determinar luego el sentido del flujo en cada ramal plantear tentativamente la ecuación de la continuidad.

3. Calcular el gasto en cada tubería por medio de la ecuación:  
4.

$$Q = 3.477 \sqrt{\frac{D^5}{fL} h_f^{1/2}}$$

Esta ecuación toma para cada tubería la forma:

$$Q = K h_f^{1/2}$$

Si en lugar de la ecuación de Darcy se quiere usar otra ecuación, como por ejemplo, la de Hazen y Williams que estudiaremos más adelante, entonces la ecuación genérica es de la forma.

$$Q = K h_f^x$$

Determinándose los valores de K y de x para la ecuación particular que se está empleando.

Calculando el valor de K es fácil hacer sucesivos reemplazos y tanteos.

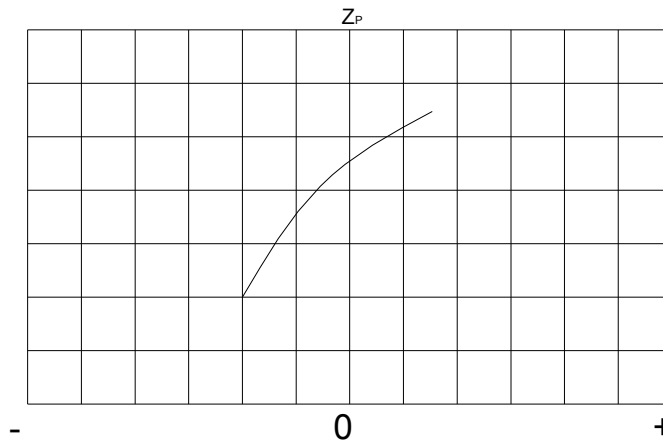
5. Verificar la ecuación de continuidad en el nudo.  
6. Si la ecuación no quedará verificada, lo que es lo más probable, hay que hacer nuevos tanteos, reiniciando el cálculo a partir del punto 1.  
7. A fin de no aumentar el número de tanteos auxiliarse con un gráfico. Así por ejemplo, para la última figura se tiene que la ecuación de continuidad debe ser.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Como es un tanteo cualquiera lo más probable es que esta ecuación no se verifique, se tiene que hay un error, que es:

$$Q_3 - (Q_1 + Q_2)$$

El gráfico sería:



$$Q_3 - (Q_1 + Q_2)$$

Cada punto corresponde a un tanteo. Los puntos se unen con una cota suave. La intersección con el eje vertical significa que.

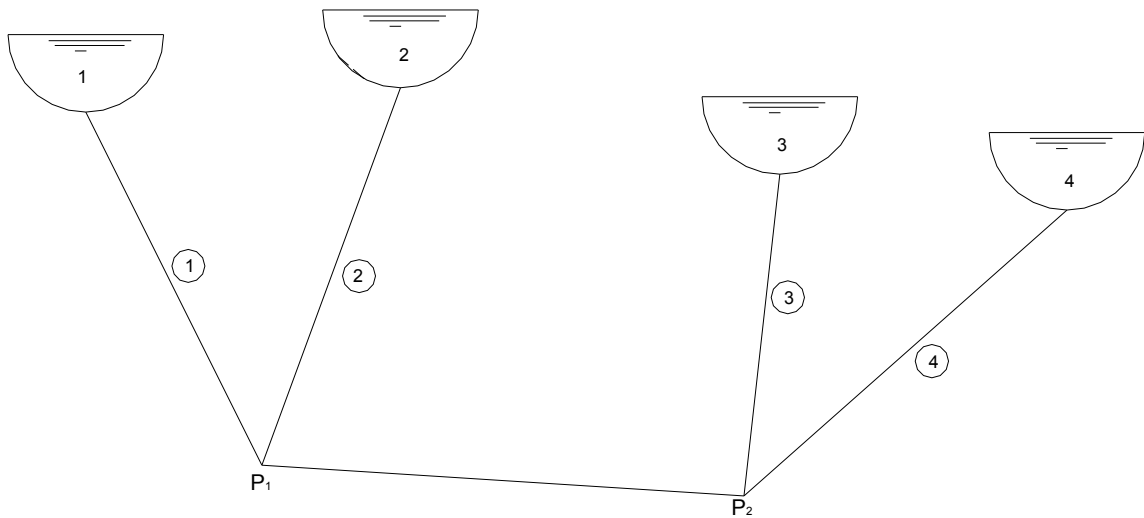
$$Q_3 - (Q_1 + Q_2) = 0$$

Con lo que queda verificada la ecuación de continuidad y se obtienen los gastos en cada ramal.

Para hacerse este gráfico es necesario definir previamente el sentido del escurrimiento en cada ramal y escribir la ecuación de continuidad en su forma correspondiente

Se puede obtener una rápida información sobre el sentido del flujo en el ramal 2 asumiendo P una cota piezométrica igual a la del estanque 2. Esto implica  $Q_2 = 0$ . Comparando  $Q_1$  y  $Q_3$  se deduce el sentido del escurrimiento en cada tubería.

UNA VARIANTE DE ESTE PROBLEMA ES EL DE LOS CUATRO RESERVORIOS.



El método general se basa en aproximaciones sucesivas. Debe tenerse cuidado de hacer una sola suposición cada vez. Se puede, por ejemplo, iniciar el cálculo suponiendo una cota piezométrica en el nudo  $P_1$ . Esto determina el flujo en los ramales 1 y 2. Habrá luego que calcular la cota piezométrica en  $P_2$ . Evidentemente que el flujo entre  $P_1$  y  $P_2$  es igual a  $Q_1 + Q_2$ . La pérdida de carga se calcula por ejemplo con la ecuación:

$$h_f = 0.0827 \frac{fL}{D^5} Q^2$$

U otra similar sino se estuviera empleando la ecuación de Darcy. La fórmula genérica de esta ecuación es:

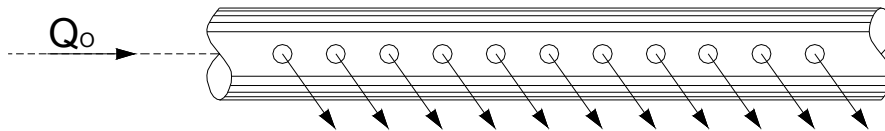
$$h_f = KQ^X$$

En donde los valores de  $K$  y  $X$  dependen de la ecuación particular empleada (Chezy, Darcy, Hazen y Williams, etc). Para el cálculo de  $K$  se ha supuesto que el coeficiente de resistencia ( $C$ ,  $f$ ,  $C_H$ , etc.), es constante. Conviene limitar esta constancia del coeficiente a un rango de valores de velocidad.

Habiendo calculado la cota piezométrica de  $P_2$  se calcula los gastos  $Q_3$  y  $Q_4$  y se verifica luego la ecuación de continuidad. Caso que está no quede satisfecha deberá repetirse el procedimiento y recurrir a un gráfico.

## TUBERIAS CON SERVICIO

Se dice que un conducto es filtrable cuando a lo largo de su recorrido pierde parte del gasto que transporta. Es el caso de una tubería que da servicio y que cada cierta distancia tiene una toma (salida de agua). Podría ser una tubería de agua potable que a lo largo de una calle da servicio a cada casa.



Resulta evidente que en estas condiciones el gasto de la tuberías va disminuyendo, lo mismo que la velocidad, puesto que el diámetro permanece constante.

Si admitimos la validez de la fórmula de Darcy y la constancia del coeficiente  $f$  se tendría que, en general, dicha fórmula nos indica que la pérdida de carga es proporcional al cuadrado del gasto y a su longitud.

$$h_f = f \frac{LV^2}{D2g}$$

De donde:

$$h_f = KQ^2L$$

Expresiones en las que:

$h_f$	es la pérdida de carga
$f$	es el coeficiente de Darcy
$L$	es la longitud de la tubería
$D$	es el diámetro
$V$	es la velocidad media
$Q$	es el gasto
$K$	es el gasto a $0.087 f/(D^5)$

En el conducto de la figura el gasto inicial es  $Q_0$ . Consideraremos que el gasto que sale a lo largo del conducto es  $q$   $m^3/s$  por metro lineal de tubería. Supongamos que este gasto  $q$  es constante. El gasto en cualquier sección es:



$$Q = Q_0 - qxL \dots \dots \dots (1)$$

Siendo L la distancia desde el punto inicial. La pérdida de la carga en un tramo pequeño es

$$dh_f = KQ^2 dL$$

y por lo tanto:

$$h_f = K \int_0^L Q^2 dL$$

Introduciendo la ecuación (1):

$$h_f = K \int_0^L (Q_0 - qL)^2 dL$$

$$h_f = K \left[ Q_0^2 L + \frac{q^2 L^3}{3} - Q_0 L^2 \right]$$

$$h_f = KL \left[ Q_0^2 + \frac{q^2 L^2}{3} - Q_0 qL \right]$$

$$h_f = KL \left[ Q_0^2 + \frac{(Q_0 - Q)^2}{3} - Q_0(Q_0 - Q) \right]$$

$$h_f = \frac{KL}{3} (Q_0^2 + Q_0 Q + Q^2)$$

que es la ecuación que no da la pérdida de carga para un tramo de longitud L en cuyo extremo el gasto es Q. Para el caso particular que el gasto final Q sea cero.

$$h_f = \frac{K}{3} L Q_0^2$$

Significa esta ecuación que en este caso la pérdida de carga sería la tercera parte de la que ocurriría si el gasto fuera constante.

## PROBLEMAS DE APLICACIÓN

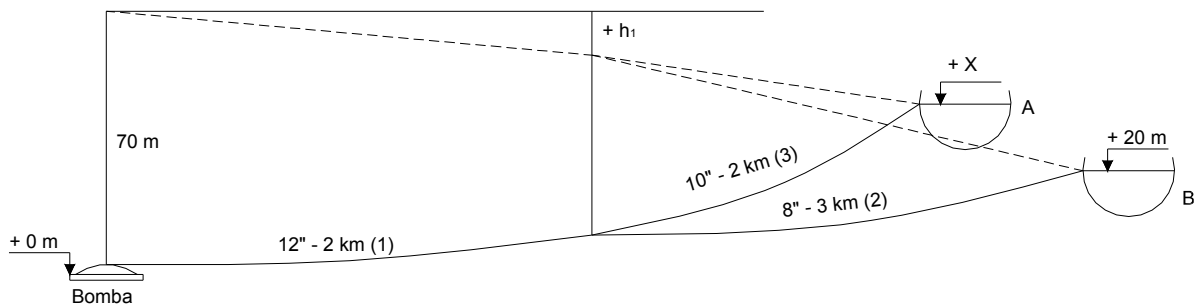
### Tema: Flujo a través de dos o más tuberías y tuberías con servicio

**Ejercicio N°01**

Una bomba impulsa agua a través de una tubería de 12" de diámetro y 2 Km. de longitud, la que al término de esta distancia se bifurca en 2 ramales de 82 Y 3 Km. el primero, el que descarga a un reservorio situado 20 m. sobre la bomba y de 10", 2Km. el otro, que descarga a un segundo reservorio.

¿Qué altura sobre la bomba deberá tener el segundo reservorio para que el gasto en ambos ramales sea igual, si la presión a la salida de la bomba es de 70 m. de columna de agua?

Todas las tuberías tienen un coeficiente de Williams & Hazen: 120



Debemos asumir diferentes pérdidas de carga en el tramo (1) hasta conseguir:  $Q_1=2Q_2$

**Asumiendo:  $h_1 = 10m$**

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{Km} \\ D_1 &= 12'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_1 = 85lt/s$$

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= \frac{70-30}{3} = 13.3 \frac{m}{Km} \\ D_2 &= 8'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_2 = 49lt/s$$

Luego:  $Q_1 = 85lt/s < 2Q_2 = 98lt/s$

**Asumiendo:  $h_1 = 20m$**

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{20}{2} = 10 \frac{m}{Km} \\ D_1 &= 12'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_1 = 130 \text{ lt/s}$$

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= \frac{70-40}{3} = 10 \frac{m}{Km} \\ D_2 &= 8'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_2 = 43 \text{ lt/s}$$

Luego:  $Q_1 = 130 \text{ lt/s} < 2Q_2 = 86 \text{ lt/s}$

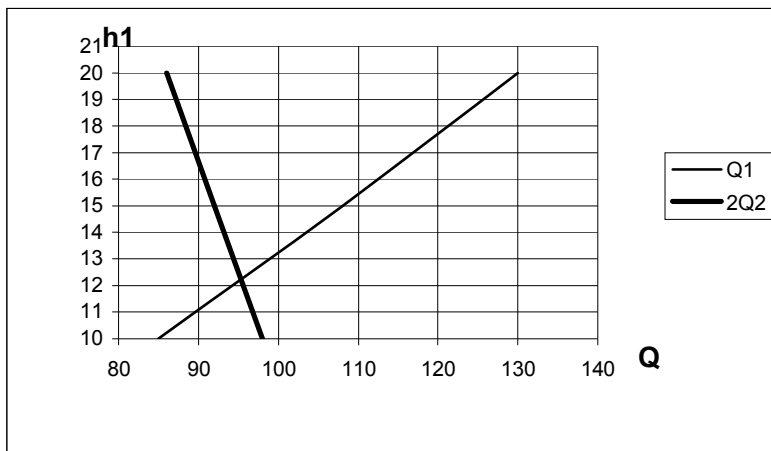
**Asumiendo:  $h_1 = 15\text{m}$**

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{15}{2} = 7.5 \frac{m}{Km} \\ D_1 &= 12'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_1 = 108 \text{ lt/s}$$

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= \frac{70-35}{3} = 11.67 \frac{m}{Km} \\ D_2 &= 8'' \\ C_1 &= 120 \end{aligned} \right\} Q_2 = 46 \text{ lt/s}$$

Luego:  $Q_1 = 108 \text{ lt/s} < 2Q_2 = 92 \text{ lt/s}$

Graficamos  $h_1$  en ordenadas contra  $Q_1$  y  $2Q_2$  en abscisas:



Obtenemos que  $Q_1$  y  $2Q_2$ ,  
Cuando;  $h_1 = 12 \text{ m}$ .

$Q_2 = Q_3 = 96/2 = 48 \text{ l/s}$   
Luego, para el tramo (3)  
se puede hallar la  
pérdida de carga.

$$\left. \begin{array}{l} Q_3 = 48 \frac{lt}{s} \\ D_3 = 10'' \\ C = 120 \end{array} \right\} S_3 = 4.4m / Km; h_3 = 4.4 \times 2 = 8.8$$

Cota topográfica B= Cota piezométrica de bomba –  $h_1 = 70 - 12 = 8.8$

**Cota reservorio de bomba B = +49.2**

#### IV EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1°- Dos estanques están conectados por una tubería que tiene 6" de diámetro en los primeros 6m. y 9" en los 15m. Restantes. La embocadura es con bordes agudos y el cambio de sección es brusco. La diferencia de nivel entre las superficies libres de ambos estanques es de 6m. La tubería es de fierro fundido, nuevo. La temperatura del agua es de 20°C. Calcular el gasto. Calcular cada una de las pérdidas de carga.

Solución: La ecuación de la energía es:

$$6 = 0.5 \frac{V_1^2}{2_g} + f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2_g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2_g} + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2_g} - \frac{V_2^2}{2_g}$$

De la ecuación de continuidad se obtiene  $V_1 = 2.25V_2$

Reemplazando los valores conocidos,

$$6 = (5.09 + 199.21 f_1 + 65.62 f_2) \frac{V_2^2}{2_g}$$

Por tratarse de una tubería de fierro fundido, que conduce agua podríamos suponer inicialmente  $f_1 = f_2 = 0.02$ . Se puede tener una idea aproximada de este valor calculando las rugosidades relativas y observando el valor de  $f$  para turbulencia plenamente desarrollada. El objetivo de esta suposición es obtener el orden de magnitud del valor  $V_2$ . Reemplazando se obtiene,

$$V_2 = 3.36 \text{ m/s}$$

Lo que significa

$$V_1 = 7.56 \text{ m/s}$$

Considerando que para  $20^\circ\text{C}$  la viscosidad cinemática es  $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  Los números de Reynolds son,

$$\text{Re}_1 = 1.15 \times 10^6$$

$$\text{Re}_2 = 7.7 \times 10^5$$

Y las rugosidades relativas,

$$\frac{k}{D_1} = 0.0016$$

$$\frac{k}{D_2} = 0.0011$$

Para la rugosidad absoluta se ha tomado el valor  $0.00025\text{m}$ , según la tabla de la Pág. 86

Del Diagrama de Moody, se obtienen los valores de  $f$

$$f_1 = 0.022$$

$$f_2 = 0.0205$$

Estos valores difieren ligeramente de que habíamos supuesto ( $0.02$ ). Usando estos valores calculamos un nuevo valor para las velocidades en (2):

$$V_1 = 7.42 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 3.3 \text{ m/s}$$

Luego se calculan los números de Reynolds y los valores de  $f$ . Se obtiene valores iguales a los supuestos. Por lo tanto,

$$Q = A_1 V_1 = 135 \text{ l/s}$$

Verificación de la ecuación de la energía

$$h_{loc} = 0.5 \frac{V_1^2}{2_g} = 1.40 \text{ m}$$

$$h_{f1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2_g} = 2.43 \text{ m}$$

$$h_{loc} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2_g} = 0.87 \text{ m}$$

$$h_{f2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2_g} = 0.75 \text{ m}$$

$$\frac{V_2^2}{2_g} = 0.56$$

Con lo que queda verificada la ecuación (1). Obsérvese que en este caso las tuberías son relativamente cortas. La importancia de las pérdidas de carga locales es grande. Constituyen el 47% de la energía total.

**Ejemplo:**

Para el sistema que se muestra ( $H_1=25$  m,  $H_2=35$  m), cuales son los gastos que discurren por las tuberías.

1)  $L_1 = 0.80$  Km  
 $\phi = 10''$   
 $C = 120 \sqrt{\text{pie}}/\text{seg}$

1)  $L_2 = 1$  Km  
 $\phi = 6''$   
 $C = 100 \sqrt{\text{pie}}/\text{seg}$

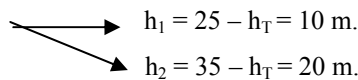
2)  $L_3 = 1.5$  Km  
 $\phi = 8''$   
 $C = 120 \sqrt{\text{pie}}/\text{seg}$

$$h_1 = 1.72 \times 10^6 \frac{1}{100^{1.85} \times 6^{4.87}} Q_1^{1.85} = 5.55 \times 10^{-2} \times Q_1^{1.85}$$

$$h_2 = 1.72 \times 10^6 \frac{1}{120^{1.85} \times 8^{4.87}} Q_2^{1.85} = 1.46 \times 10^{-2} \times Q_2^{1.85}$$

$$h_t = 2.64 \times 10^{-3} Q_t$$

Asumimos  $h_T = 15$  m.



De las ecuaciones anteriores :

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \left[ \frac{h_1 \times 10^2}{5.55} \right]^{0.54} = 16.52 \text{ lt/seg} \\ Q_2 &= \left[ \frac{h_2 \times 10^2}{1.46} \right]^{0.54} = 49.41 \text{ lt/seg} \end{aligned} \right\} Q_1 + Q_2 = 65.93$$

$$Q_T = \left[ \frac{h_{1T} \times 10^3}{2.64} \right]^{0.54} = 106.52 \text{ lt/seg}$$

Tabulación de datos:

$h_T$	$Q_T$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_1+Q_2$
15	106.52	16.52	49.41	>65.93
13	98.60	18.23	52.02	>70.25
10	85.57	20.57	55.70	>76.27
8	73.86	22.01	58.10	<80

→ Del grafico  $H_T = 8.6$  m.

Si  $Q_1+Q_2 < Q_T$

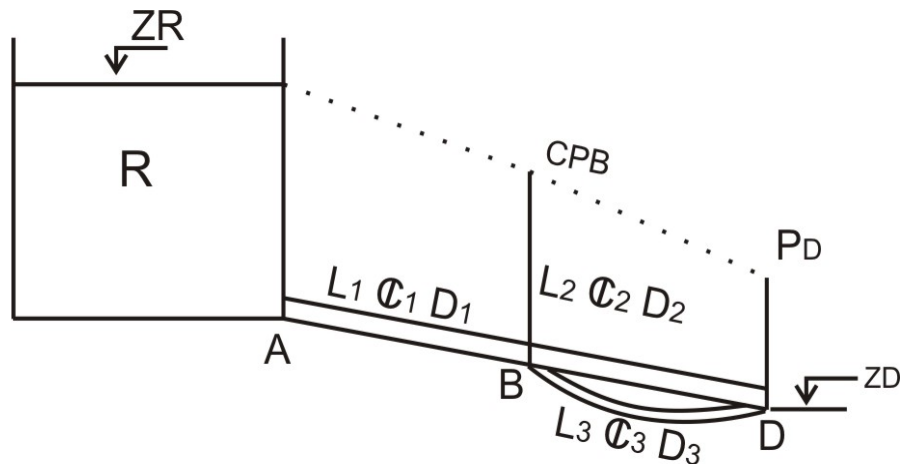
∴ aumentar  $Q_1$  y  $Q_2$  → significa aumentar  $h_1$  y  $h_2$  o disminuir  $h_T$

**APLICACIÓN DE TUBERÍAS EN SERIE Y PARALELO**

1.- Se tiene el siguiente esquema mostrado en la figura, donde la tubería BCD no existe inicialmente.

a) Calcular el nivel de agua del reservorio para mantener una presión de 15 m. en la salida de la tubería (punto D) y un caudal Q igual a 150 l/s.

b) ¿Qué longitud de tubería deberá conectarse en paralelo con el tramo BD con el fin de que el caudal en el sistema se incremente en un 50% y la presión aumente a 2 kg/cm<sup>2</sup>

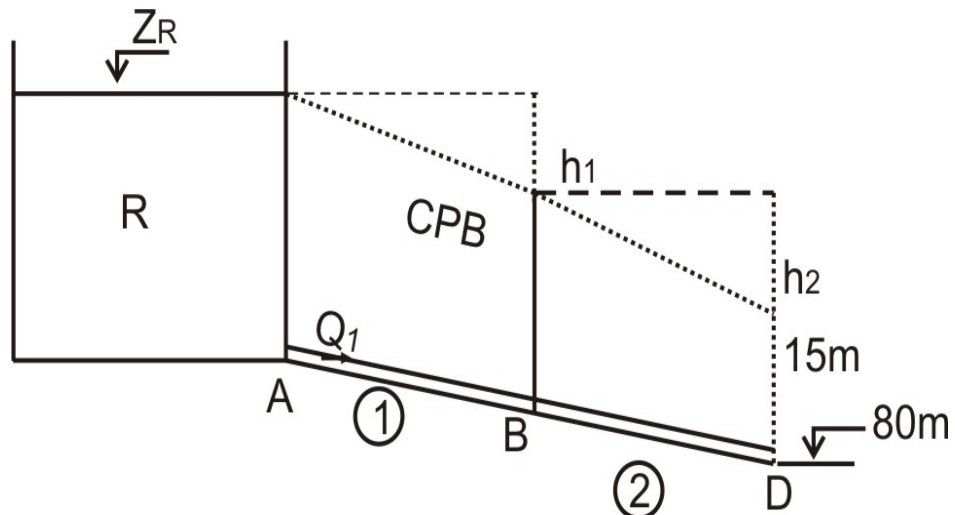


Datos:

$L_1 = 1500 \text{ m}$	^	$L_2 = 950 \text{ m}$
$\varnothing_1 = 120$	^	$\varnothing_2 = 120$
$D_1 = 10''$	^	$D_2 = 8''$
$Z_A = ?$	^	$Z_D = 80 \text{ msnm}$

**1) Nivel de agua en el reservorio  $Z_R$ :**

- $Q_1 = 150 \text{ l/s}$
- $Q_2 = 150 \text{ l/s}$
- $P_D = 15 \text{ m}$





$$h_i = 1.72 \times 10^6 \times \frac{L_i \times Q_i^{1.85}}{\zeta_i^{1.85} \times D_i^{4.87}}$$

$$h_1 = 1.72 \times 10^6 \times \frac{1.5 \times 150^{1.85}}{120^{1.85} \times 10^{4.87}} = 52.59m$$

$$h_2 = 1.72 \times 10^6 \times \frac{0.95 \times 150^{1.85}}{120^{1.85} \times 8^{4.87}} = 98.74m$$

$$Z_R = Z_D + PD + h_2 + h_1$$

$$Z_R = 80m + 15m + 52.59m + 98.74m$$

$$Z_R = 246.33m \approx 246 \text{ msnm.}$$

**2) Longitud de la tubería en paralelo:**

El caudal del sistema Se incrementa en un 50% para satisfacer las necesidades futuras.

$$Q_1 = (150 + 50\% \times 150) \text{ l/s}$$

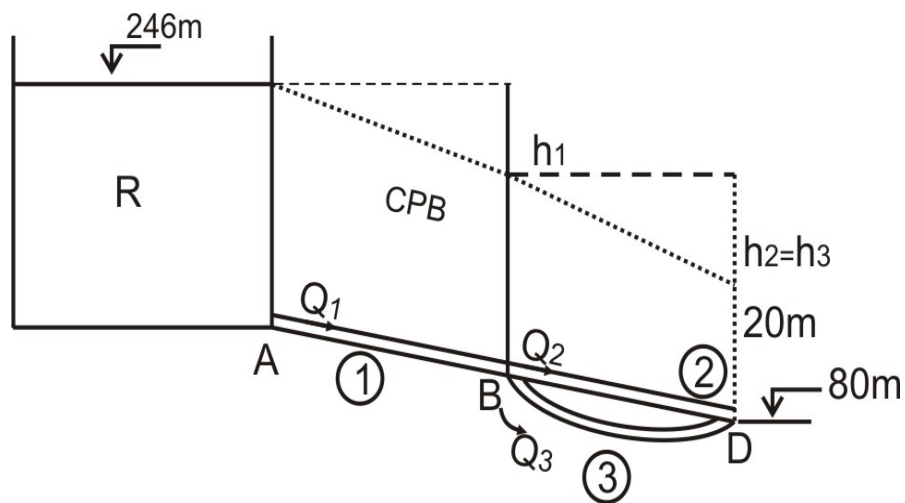
$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{0.225 \times 4}{\pi(10 \times 0.0254)^2} = 4.44m / seg$$

$$Q_1 = 225 \text{ l/s}$$

$$Q_2 + Q_3 = 225 \text{ l/s}$$

$$PD = 2 \text{ ks/cm}^2 \quad [10mca = 1 \text{ kg/cm}^2]$$

$$PD = 20m$$



$$h_i = 1.72 \times 10^6 \times \frac{L_i \times Q_i^{1.85}}{\varphi_i^{1.85} \times D_i^{4.87}}$$

$$h_1 = 1.72 \times 10^6 \times \frac{1.5 \times 225^{1.85}}{120^{1.85} \times 10^{4.87}}$$

$$h_1 = 116.59 \text{ m}$$

$$h_2 = Z_R - Z_D - PD - h_1$$

$$h_2 = 246 - 80 - 20 - 116.59$$

$$h_2 = 29.74 \text{ m} = h_3$$

De la expresión de Hazen y Williams:

$$Q_i = 0.0004264 \varphi_i D_i^{2.63} \frac{h_i^{0.54}}{L_i^{0.54}}$$

Para la tubería en paralelo N° 2

$$Q_2 = 0.0004264 \times 120 \times 8^{2.63} \frac{29.79^{0.54}}{(0.95)^{0.54}}$$

$$Q_2 = 77.94 \text{ l/s} \quad V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{0.07794 \times 4}{\pi(8 \times 0.0254)} = 2.40 \text{ m/s}$$

$$Q_2 + Q_3 = 225 \text{ l/s}$$

$$Q_3 = (225 - 77.94) \text{ l/s} = 147.06 \text{ l/s}$$

Considerando un D3 = 10" y el mismo tipo de tubería :

$$\rightarrow L_3 = ? \quad \wedge \quad H_3 = 29.74 \text{ m}$$

$$\varphi_3 = 120$$

$$D_3 = 10''$$

$$Q_3 = 147.06 \text{ l/s}$$

$$h_i = 1.72 \times 10^6 \times \frac{L \times Q^{1.85}}{\varphi^{1.85} \times D^{4.87}}$$

$$L_3 = \frac{h_3 \varphi_3^{1.85} D_3^{4.85}}{1.72 \times 10^6 \times Q_3^{1.85}}$$

$$L_3 = 0.840 \text{ Km}$$

→ L3 = 840 m

Verificación la velocidad del flujo en la tubería

$$V_3 = \frac{Q}{A} = \frac{0.147 \times 4}{\pi(10 \times 0.0254)^2} = 2.90 \text{ m/seg}$$

### Resumen de la verificación de velocidades del flujo en el sistema:

a) Condición inicial :

PD = 15 m

Q1 = 150 l/s

Q2 = 150 l/s

^

D1 = 10"

^

D2 = 8"

$V = Q/A$

$$V_1 = \frac{150 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi / 4 (10 \times 0.0254)^2} = 2.96 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{150 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi / 4 (8 \times 0.0254)^2} = 4.63 \text{ m/s}$$

b) Condición final:

PD = 20 m.

Q1 = 225 m/s,

Q2 = 77.94 l/s

Q3 = 147.06 l/s

D1 = 10"

D2 = 8"

D3 = 10"

$$V_1 = \frac{225 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi / 4 (10 \times 0.0254)^2} = 4.44 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{77.94 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi / 4 (8 \times 0.0254)^2} = 2.40 \text{ m/s}$$

$$V_3 = \frac{147.06 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi / 4 (10 \times 0.0254)^2} = 2.90 \text{ m/s}$$

**Comentarios:**

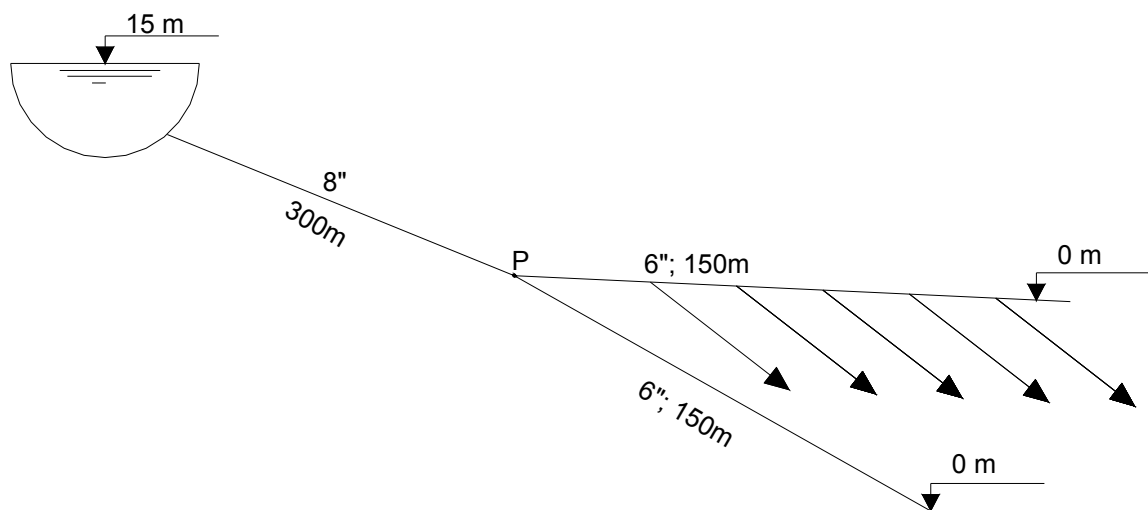
Se recomienda que las velocidades del flujo en una tubería no sean mayores a los 3 m/s para evitar el deterioro de las válvulas, medidores y aditamentos de regulación del caudal.

Por tanto, para el sistema resuelto, es necesario aumentar el diámetro de la tubería 2 de 8" a 10" para la condición inicial.

De igual modo aumentar el diámetro de la tubería 1 de 10" a 12" para la condición final futura.

**Ejercicio N°07:**

De un estanque sale una tubería de 8" de diámetro y 300m. de longitud. Esta tubería se bifurca en ramales de 6" de diámetro y 150m. de largo cada uno. Los extremos descargan libremente a la atmósfera. Uno de los ramales es un conducto filtrante que tiene bocas de descarga distribuidas uniformemente a lo largo de la tubería de modo que la suma de la descarga de todas ellas es igual a la mitad del gasto inicial en ese ramal (la otra mitad descarga por la boca final). Las bocas de los dos ramales están en el mismo nivel (15m. debajo de la superficie libre del estanque). Calcular el gasto en cada ramal. Despreciar las pérdidas de cargas locales. Considerar  $f = 0.024$ , constante e igual para todas las tuberías.



Un conducto filtrante la pérdida de carga es según la ecuación

$$h_f = \frac{KL}{3} (Q_0^2 + Q_0 Q + Q^2)$$

Este caso particular  $Q = Q_0/2$ , luego:

$$h_f = \frac{KL}{3} \frac{7}{4} Q_0^2 = \frac{7}{4} \frac{KL}{3} Q_0^2$$

Sustituyendo los datos  $f$ ,  $L$  y  $D$  Para el conducto filtrante se obtiene:

$$h_{f_0} = 2112.52Q_0^2$$

perdida de carga entre el estanque y el nudo es

$$h_f = 0.0827 \frac{fL}{D^5} Q^2 = 1718.78Q^2$$

debe cumplirse que:

$$h_f + h_{f_0} = 1718.78Q^2 + 2112.52Q_0^2 = 15 \text{ m}$$

la perdida de carga en el otro ramal es:

$$h_{f_1} = 0.0827 \frac{fL}{D^5} Q_1^2 = 3621.46Q_1^2$$

debe cumplirse que:

$$h_{f_1} + h_{f_0} = 3621.6Q_1^2 + 1718.78Q^2 = 15 \text{ m}$$

luego:

$$\begin{aligned} 2112.52Q_0^2 &= 3621.46Q_1^2 \\ Q_0^2 &= 1.7173Q_1^2 \\ Q_0 &= 1.31Q_1 \end{aligned}$$

De donde:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 34.2 \text{ l/s} \\ Q &= 79.0 \text{ l/s} \\ Q_0 &= 44.8 \text{ l/s} \end{aligned}$$

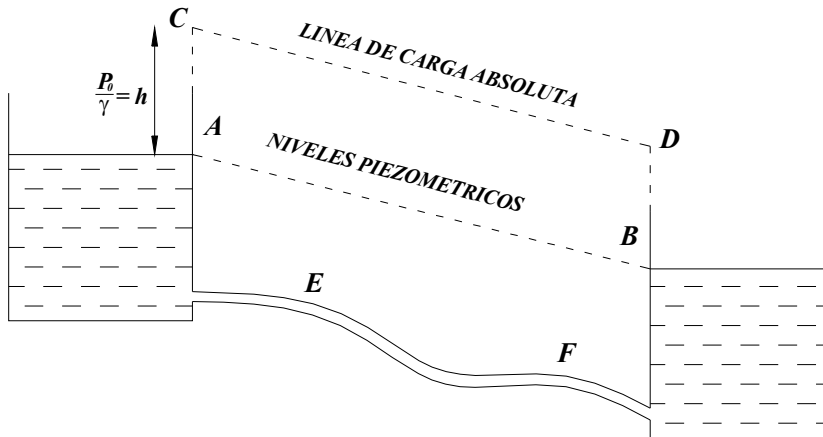
#### 4.6 TRAZADO DE LÍNEAS DE NIVELES PIEZOMÉTRICOS Y DE ENERGÍA TOTAL.

Funcionamiento de las tuberías.- En general los niveles piezométricos se refieren a la presión relativa no considerando la presión atmosférica, salvo en los casos en que sea menester hacerlo. Existen por lo tanto dos líneas de carga: la de niveles piezométricos y de la carga absoluta, que se obtiene sumando a la anterior la altura  $\frac{P_o}{\gamma}$ , representativa de la presión exterior.

Así por ejemplo, en la figura:

Si  $\rho_0 = 1.0333 \text{ Kg./cm}^2$  y  $\gamma = 1,000 \text{ kg./m}^3$ , la distancia de separación de ambas líneas será:

$$h = \frac{P_0}{\gamma} = \frac{10,333 \text{ kg./m}^2}{1,000 \text{ kg./m}^3} = 10.33 \text{ m.}$$



Las condiciones de funcionamiento dependen de la posición de la tubería. Por ejemplo, si en la tubería de la figura anterior el perfil está dispuesto por debajo de los niveles piezométricos; se cumple el funcionamiento continuo, sin intermitencia y completamente normal; el aire se acumula en las partes más altas del conducto (puntos E y F), en las cuales es necesario colocar ventosas para la eliminación del mismo.

Supongamos que la tubería excede el nivel piezométrico. Será necesario proceder al cebado de los mismos por bombeo, y además no podrá funcionar por gravedad si algunos de sus puntos excedieran de una altura superior al nivel de carga absoluta inicial. Pero estos no serían los únicos inconvenientes en el funcionamiento, como se observa analizando las tuberías de las figuras a, b, c y d.

En la Fig. a), parte de la tubería se encuentra ubicado superior a los niveles piezométricos e inferior a la horizontal de origen. El cebado es automático pero el funcionamiento resulta irregular, pues entre A y B se va acumulando aire lo que provoca una disminución del caudal que circula hasta cierto límite.

En la Fig. b) parte del perfil del conducto excede no solo el nivel piezométrico sino también la horizontal de origen. El cebado debe realizarse y además el funcionamiento es irregular por la misma causa del caso anterior. La disminución del caudal puede ser total, interrumpiéndose la circulación del flujo.

En la Fig. c) el perfil de la tubería está dispuesto debajo de la horizontal del nivel piezométrico de origen que corta a la línea de carga absoluta. Por la primera circunstancia, el cebado es automático pero debido a la segunda el caudal que circula es inferior a la que correspondería en condiciones normales de descarga libre. El tramo BC funciona con irregularidad debido a la acumulación de aire y se encuentra parcialmente llena.

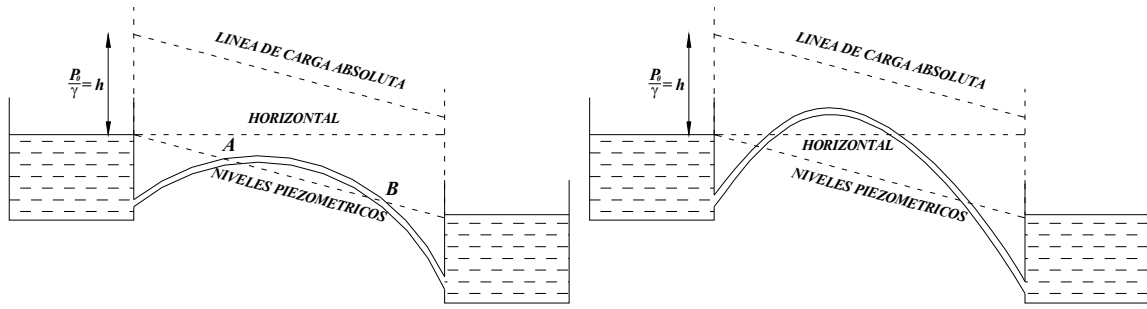


Fig. a)

Fig. b)

En la Fig. d), el perfil del conducto está dispuesto superior a la línea de carga absoluta y a la horizontal de origen. Su máxima altura con respecto a ella no debe alcanzar el valor  $\frac{P_0}{\gamma}$ , pues sino el funcionamiento por gravedad sería imposible. El cebado de la tubería debe hacerse por bombeo y su funcionamiento es muy irregular debido a que el tramo BC se va llenando de aire y el caudal que circula es muy pequeño.

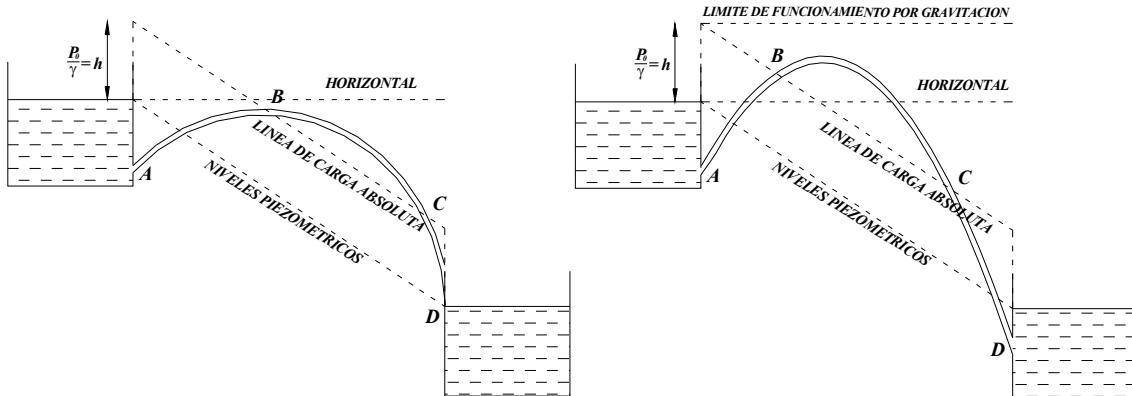


Fig. c)

Fig. d)

4.7 CRITERIO PARA EL CÁLCULO Y DIMENSIONAMIENTO DE TUBERÍAS.

Para el calculo y dimensionamiento de tuberías en que la longitud excede mil veces el diámetro, la perdida de carga por fricción es predominante con respecto a caídas de presión motivadas por las resistencias locales( boquilla de entrada, cambios de dirección, variaciones de sección, valvulas etc). Luego el problema se simplifica, pues se prescinde de considerar estas resistencias. La velocidad media del conducto, debe limitarse como máximo, a los valores permisibles que establecen las normas para cada tipo de material de la tubería, a fin de prevenir la erosión y contra una eventual ocurrencia del golpe de Ariete que pudiera provocar presiones excesivas y producir la rotura de la tubería. Sin embargo se pueden admitir valores más elevados de la velocidad, como por ejemplo en las tuberías de las centrales hidroeléctricas, siempre que se utilicen dispositivos especiales de seguridad.

## **II.- EL MÉTODO DE HARDY CROSS**

### **INTRODUCCIÓN**

Una red cerrada de tuberías es aquella en la cual los conductos o tuberías que la componen se ramifican sucesivamente, conformando circuitos o anillos cerrados. Un circuito es cualquier trayectoria cerrada que puede recorrer una partícula fluida, partiendo desde un punto o nudo de la red, fluyendo por distintos tramos, hasta llegar al punto de partida.

Las redes urbanas de distribución de agua potable, las redes de distribución de gas para usuarios urbanos, las redes de distribución de agua en distritos de riego, las redes de distribución de gas en sistemas de refrigeración, las redes de distribución de aceite en sistemas de lubricación y las redes de distribución de aire en sistema de ventilación, son ejemplos clásicos de conformación de redes cerradas de tuberías. Sin embargo, en esta oportunidad, el análisis se centrará en las redes de distribución de agua, cuya aplicación es de gran interés para los profesionales de las Ingenierías Hidráulica, Minas, Civil, Industrial, Agrícola y Sanitaria.

Las redes urbanas de distribución de agua forman ramificaciones sucesivas de tuberías, siguiendo el trazado de las calles y vías de acceso, conformando circuitos o anillos cerrados, de manera que el agua, en un nudo de la red, puede venir por dos o más direcciones distintas, lo cual presenta la ventaja de no interrumpirse el suministro en los eventos de reparación o de mantenimiento.

El análisis de una red cerrada de tuberías conduce al planteamiento de un sistema de ecuaciones no lineales, de solución muy laboriosa, que solamente es posible resolver por métodos de aproximaciones sucesivas, dos de los cuales son el Método de Hardy Cross y el método de la teoría lineal.

### **GENERALIDADES**

El Método de Aproximaciones Sucesivas, de Hardy Cross, está basado en el cumplimiento de dos principios o leyes:

- Ley de continuidad de masa en los nudos;
- Ley de conservación de la energía en los circuitos.

El planteamiento de esta última ley implica el uso de una ecuación de pérdida de carga o de "pérdida" de energía, bien sea la ecuación de Hazen & Williams o, bien, la ecuación de Darcy & Weisbach.

La ecuación de Hazen & Williams, de naturaleza empírica, limitada a tuberías de diámetro mayor de 2", ha sido, por muchos años, empleada para calcular las pérdidas de carga en los tramos de tuberías, en la aplicación del Método de Cross. Ello obedece a que supone un valor constante par el coeficiente de rugosidad,  $C$ , de la superficie interna de la tubería, lo cual hace más simple el cálculo de las "pérdidas" de energía.



La ecuación de Darcy & Weisbach, de naturaleza racional y de uso universal, casi nunca se ha empleado acoplada al método de Hardy Cross, porque involucra el coeficiente de fricción,  $f$ , el cual es función de la rugosidad,  $k$ , de la superficie interna del conducto, y el número de Reynolds,  $R$ , de flujo, el que, a su vez depende de la temperatura y viscosidad del agua, y del caudal del flujo en las tuberías.

Como quiera que el Método de Hardy Cross es un método iterativo que parte de la suposición de los caudales iniciales en los tramos, satisfaciendo la Ley de Continuidad de Masa en los nudos, los cuales corrige sucesivamente con un valor particular,  $Q$ , en cada iteración se deben calcular los caudales actuales o corregidos en los tramos de la red. Ello implica el cálculo de los valores de  $R$  y  $f$  de todos y cada uno de los tramos de tuberías de la red, lo cual sería inacabable y agotador si hubiese que "hacerlo a uña" con una calculadora sencilla. Más aún, sabiendo que el cálculo del coeficiente de fricción,  $f$ , es también iterativo, por aproximaciones sucesiva.

Lo anterior se constituía, hasta hoy, en algo prohibitivo u obstaculizador, no obstante ser la manera lógica y racional de calcular las redes de tuberías.

Hoy, esto será no sólo posible y fácil de ejecutar con la ayuda del programa en lenguaje BASIC que aquí se presenta, sino también permitirá hacer modificaciones en los diámetros de las tuberías y en los caudales concentrados en los nudos, y recalculer la red completamente cuantas veces sea conveniente.

## FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE HARDY CROSS

El método se fundamenta en las dos leyes siguientes:

### 1. Ley de continuidad de masa en los nudos:

"La suma algebraica de los caudales en un nudo debe ser igual a cero"

$$\sum_{j=1}^m (Q_{ij} + q_i) = 0 \quad (1)$$

Donde,

$Q_{ij}$  : Caudal que parte del nudo  $i$  o que fluye hacia dicho nudo.

$q_i$  : Caudal concentrado en el nudo  $i$

$m$  : Número de tramos que confluyen al nudo  $i$ .

### 2. Ley de Conservación de la energía en los circuitos:

"La suma algebraica de las "pérdidas" de energía en los tramos que conforman un anillo cerrado debe ser igual a cero".

$$\sum_{j=1}^n h_{fj} = 0 \quad (2)$$

donde,

$h_{fij}$ : Pérdida de carga por fricción en el tramo  $T_{ij}$ .

$n$ : Número de tramos del circuito  $i$

### ECUACIONES BÁSICAS

La ecuación de Hazen & Williams originalmente expresa:

$$V = 0.355CD^{0.63}S_f^{0.54} \quad (3)$$

Donde,

$V$ : Velocidad del flujo, m/s.

$C$ : Coeficiente de rugosidad de Hazen & Williams, adimensional.

$D$ : Diámetro de la tubería, m.

$S_f$ : Pérdida unitaria de carga (m/m).

$$S_f = \frac{h_f}{L} \quad (4)$$

Por continuidad,  $Q = VA$

Luego,

$$Q = 0.355CD^{0.63} \left( \frac{h_f}{L} \right)^{0.54} \frac{\pi D^2}{4} \quad (5)$$

De la cual resulta:

$$h_f = \left( \frac{3.5866}{cD^{2.63}} \right)^{1.851} LQ^{1.851} \quad (6)$$

Donde,

$Q$ : Caudal del flujo en el conducto,  $m^3/s$ .

$L$ : Longitud del tramo de tubería, m.

$h_f$ : Pérdida de carga, m.

La ecuación anterior se puede transformar de tal manera que el diámetro se exprese en pulgadas y el caudal en l/s, obteniéndose la siguiente ecuación.

$$h_f = \left( \frac{56.23}{C} \right)^{1.851} \frac{L}{D^{4.87}} Q^{1.851} \quad (7)$$

Haciendo

$$\alpha = \frac{1}{D^{4.87}} \left( \frac{56.23}{C} \right)^{1.851} \quad (8)$$

Resulta:

$$h_f = \alpha L Q^{1.851} \quad (9)$$

La ecuación de Darcy & Weisbach expresa, en términos de velocidad del flujo, la siguiente:

$$h_f = f \frac{LV^2}{D2g} \quad (10)$$

donde f es el coeficiente de fricción, de Darcy

Y en términos del caudal, expresa:

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 gD^5} \quad (11)$$

Haciendo;

$$\beta = \frac{8f}{\pi^2 gD^5} \quad (12)$$

Resulta:

$$h_f = \beta L Q^2 \quad (13)$$

En general, la ecuación de pérdidas de carga por fricción expresa:

$$h_f = r L Q^n \quad (14)$$

Donde,

**r** : Coeficiente de resistencia, cuyo valor depende del tipo de ecuación empleada para el cálculo.

**n** : Exponente del caudal, que depende la ecuación de resistencia empleada.

n : 1.851, según la ecuación de Hazen & Williams.

n : 2.0 según la ecuación de Darcy & Weisbach.

El Método de Hardy Cross corrige sucesivamente, iteración tras iteración, los caudales en los tramos, con la siguiente ecuación general:

$$\Delta Q = - \frac{\sum h_f}{n \sum \frac{h_f}{Q}} \quad (15)$$

Reemplazando valores en la fórmula de Hazen-Williams para la cual  $n=1,85$  la corrección queda:

$$\Delta = - \frac{\sum h_f}{\sum 1,85 (h_f/Q_0)}$$

El coeficiente de fricción,  $f$ , de las ecuaciones (10) y (11), se calcula con la ecuación de Colebrook & White, que expresa lo siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (16)$$

Donde:

$k$  : El coeficiente de rugosidad de la tubería, mm.

$D$  : Diámetro de la tubería, mm.

$R$  : El número de Reynolds del flujo, adimensional.

Nótese que la relación  $k/D$ , en la ecuación (16) debe ser adimensional.

A su vez, el número de Reynolds,  $R$ , se calcula con la siguiente ecuación:

$$R = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu} \quad (17)$$

Donde,

$v$  : Velocidad del flujo, m/s.

$\rho$  : Densidad del fluido (agua),  $\text{kg/m}^3$ .

$\mu$  : Viscosidad dinámica del fluido,  $\text{kg/m.s}$ .

$\nu$  : Viscosidad cinemática del fluido,  $\text{m}^2/\text{s}$ .

$D$  : Diámetro del conducto, m.

$Q$  : Caudal del flujo en el conducto,  $\text{m}^3/\text{s}$ .

La ecuación (16) es una ecuación implícita para  $f$  y, por lo tanto, se resuelve iterativamente, por ensayo y error, en la subrutina 400, aplicando el Método de Newton & Raphson. Nótese que, para acelerar el cálculo de  $f$ , en esta subrutina se emplea un valor inicial de  $f = X_0$ , calculado con la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{k/D}{3.7} + \frac{5.1286}{R^{0.89}} \right) \quad (18)$$

### CONVENCIONES

- Los caudales  $Q_{ij}$  y sus correspondientes pérdidas de carga,  $hf_{ij}$ , y velocidades,  $v_{ij}$  serán positivos si fluyen en sentido de las manecillas del reloj, o negativos en sentido contrario.
- La nomenclatura de los tramos  $T_{ij}$  sólo requiere que el primer subíndice represente el número de circuito al cual pertenece. El subíndice  $j$  es un número consecutivo que inicia en 1 y termina en el número de tramos del circuito considerado. Ejemplo, el tramo  $T_{2,4}$  es el cuarto tramo del circuito No.2
- En la nomenclatura de los tramos no se requiere designarlos siguiendo un estricto orden consecutivo, como tampoco un sentido horario o antihorario.
- Un tramo cualquiera de la red puede pertenecer a un único circuito, o a dos, simultáneamente. En el primer caso, el número del circuito adyacente, solicitado por los programas, es cero. En el segundo caso, se entrará el número del otro circuito que lo comparte con el actual.

### Aplicación del método de Hardy Cross a una red de abastecimiento

Las fases del trabajo serán resumidas en la siguiente manera:

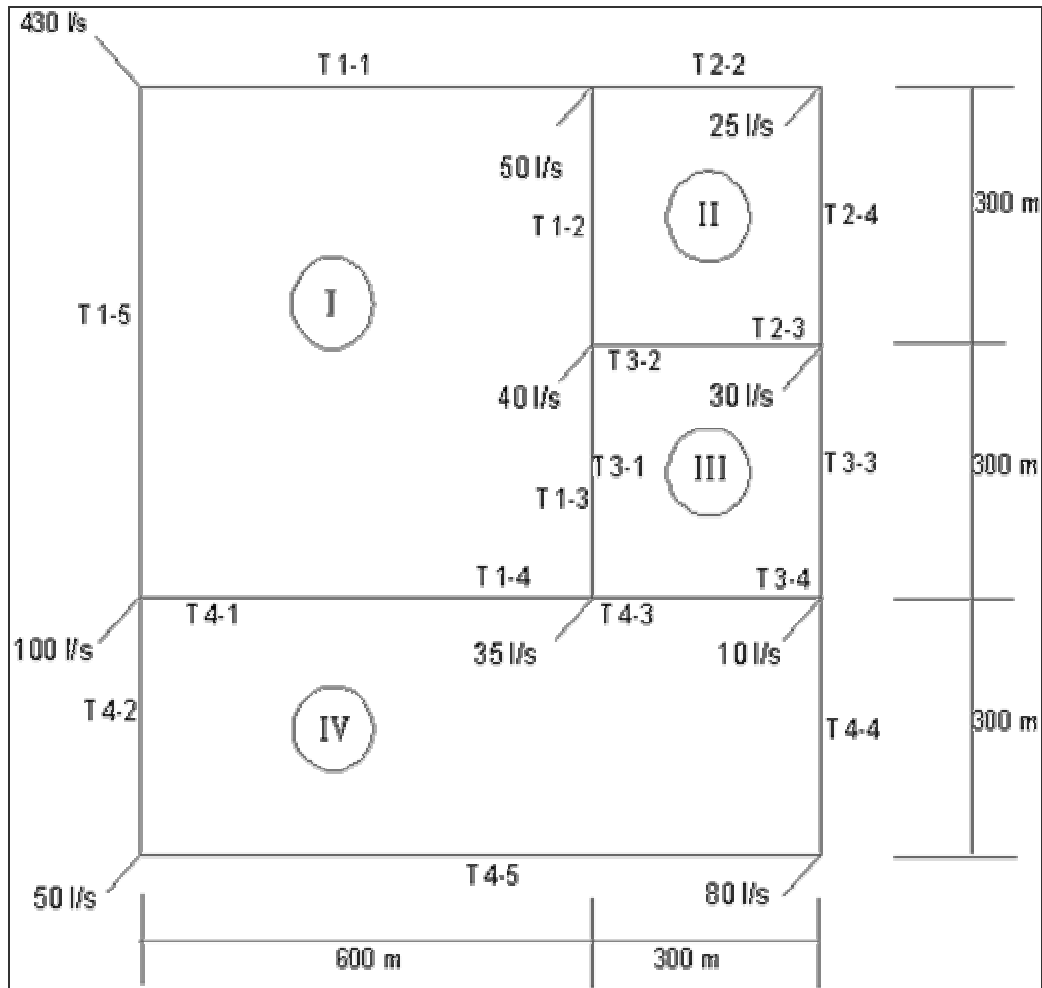
- a) Consideraciones generales. El sistema no se emplea para redes ramificadas. Por el contrario, está ligado al método de distribución por anillos o circuitos que es más flexible en el uso y distribuye mejor las presiones. Tampoco se emplea para investigar cañerías secundarias, las cuales resultan siempre de condiciones mínimas exigidas para las redes.
- b) Trazado de circuitos. En el trazado debe tenerse presente una buena distribución con relación a las áreas que serán abastecidas y a sus consumos. Las líneas serán dirigidas por los puntos de mayor consumo, por los centros de mayores masas que son influenciadas por factores locales: demandas de incendios (localizadas), instalaciones portuarias, calles principales, condiciones topográficas especialmente, altimétricas, facilidades de ejecución, etc.
- c) Consumos y su distribución. El área por ser abastecida por un determinado circuito es conocida; población puede ser estimada o prevista; puede establecerse además una cuota máxima de agua para ser entregada al consumo, de donde se conoce la cantidad de agua que debe ser suplida por el circuito o anillo. Esta cantidad puede ser distribuida en varias partes a lo

largo del anillo, estableciéndose puntos de entrega, con demandas uniformes o diferentes conforme al caso, (particularidades del sector, locales o conveniencias del proyecto, etc.). Tales puntos deben ser marcados teniéndose en vista el trazado de las calles, de modo de permitir una ejecución precisa de las derivaciones secundarias previstas.

- d) Anotación y marcado de tramos. Deberán medirse las distancias entre las entregas, indicándose las cantidades de agua que serán suplidas y el sentido estimado de su escurrimiento en los diversos tramos. Este sentido será verificado o corregido con el análisis.
- e) Condiciones que deben cumplir las tuberías. En general se fijan una de las siguientes condiciones comunes a los proyectos de redes de distribución:
  - i. Velocidad máxima de las tuberías de acuerdo con los diámetros comerciales;
  - ii. Pérdida de carga unitaria máxima tolerada en la red;
  - iii. Presiones disponibles mínimas en diferentes puntos a lo largo de la red.De cualquiera de estas condiciones que se parta, resultará una indicación para los diámetros de las cañerías. Con el análisis, tales diámetros podrán ser alterados o corregidos.
- f) Cálculos. Los elementos mencionados en los ítems anteriores permiten organizar un cuadro semejante al del ejemplo que sigue. Los resultados finales dirán si fue un acierto el hecho de la distribución o bien lo contrario.

**EJEMPLOS DE APLICACIÓN**

1.- Se trata de analizar la red de la figura, aplicando las dos versiones del método de Cross.



*Esquema de la red de tuberías del ejemplo.*

**Los resultados del análisis de la red**

Luego de analizar la red de la figura, aplicando los dos métodos, se obtuvieron los resultados consignados en la figura 3 y la tabla 1.

Tabla 1. Datos de la red resultados obtenidos

DATOS INICIALES DE LA RED						METODO DE CROSS- HAZEN & WILLIAMS			METODO DE CROSS- DARCY & WEISBACH			
C = 125; k = 0.15 mm												
Circuito N <sub>o</sub>	Tra mo	Longi tud	Diámetro		Q <sub>inicial</sub>	N <sub>o</sub> Circuito adyacente	Q <sub>DEF</sub>	H <sub>f</sub>	V	Q <sub>DEF</sub>	h <sub>f</sub>	v
		m	pulg	mm	l/s		l/s	m	m/s	l/s	m	m/s
I	1-1	600	16	400	180	0	195.711	3.526	1.557	196.076	3.094	1.560
	*1-2	300	12	300	60	2	76.268	1.251	1.079	76.358	1.077	1.080
	*1-3	300	8	200	10	3	25.011	1.144	0.796	25.249	1.004	0.804
	*1-4	600	12	300	-70	4	-46.509	-1.001	-0.658	-45.841	-0.809	-0.649
	1-5	600	16	400	-250	0	-234.289	-4.919	-1.864	-233.924	-4.367	-1.862
							□ h <sub>f</sub> = 0.001			□ h <sub>f</sub> = -0.001		
II	*2-1	300	12	300	-60	1	-76.268	-1.251	-1.079	-76.358	-1.077	-1.080
	2-2	300	12	300	70	0	69.443	1.051	0.982	69.718	0.904	0.986
	*2-3	300	8	200	-10	3	-11.257	-0.261	-0.358	-11.109	-0.212	-0.354
	2-4	300	12	300	45	0	44.443	0.460	0.629	44.718	0.386	0.633
							□ h <sub>f</sub> = -0.001			□ h <sub>f</sub> = -0.001		
III	*3-1	300	8	200	-10	1	-25.011	-1.144	-0.796	-25.249	-1.004	-0.804
	*3-2	300	8	200	10	2	11.257	0.261	0.358	11.109	0.212	0.354
	3-3	300	8	200	25	0	25.700	1.203	0.818	25.827	1.049	0.822
	*3-4	300	12	300	-45	4	-36.521	-0.320	-0.517	-36.091	-0.257	-0.511
							□ h <sub>f</sub> = 0.000			□ h <sub>f</sub> = 0.000		



IV	*4-1	600	12	300	70	1	46.509	1.001	0.658	45.841	0.809	0.649
	4-2	300	12	300	-80	0	-87.779	-1.622	-1.242	-88.082	-1.420	-1.246
	*4-3	300	12	300	45	3	36.521	0.320	0.517	36.091	0.257	0.511
	4-4	300	8	200	60	0	52.221	4.469	1.662	51.918	4.050	1.653
	4-5	900	8	200	-20	0	-27.779	-4.168	-0.884	-28.082	-3.695	-0.894
							$\square h_f = 0.000$			$\square h_f = -0.001$		

\* Significa que el tramo pertenece a dos circuitos, simultáneamente.