

FORMULARIO: Una solución aproximada de flujo de carga

Según Kothari y Nagrath (2008), manifiesta que a costa de la precisión de la solución, es posible linealizar las ecuaciones de flujo de potencia (o de Carga) al hacer suposiciones y aproximaciones adecuadas para hacer posibles soluciones rápidas y explícitas. Tales técnicas tienen valor en particular para estudios de planeación, donde se tienen que llevar a cabo soluciones de flujo de carga de forma repetitiva, pero no se necesita un alto grado de exactitud.

Se hacen las siguientes suposiciones y aproximaciones en las ecuaciones de flujo de carga:

- i) Como las resistencias de línea son pequeñas se desprecian (las conductancias en derivación de líneas aéreas siempre son despreciables), es decir, P_L , la pérdida de potencia activa del sistema es cero. Por lo tanto $\phi_{ik} = 90^\circ$ y $\phi_{ii} = -90^\circ$.
- ii) $(\delta_i - \delta_k)$ es pequeño ($< \pi/6$) de modo que $\text{sen}(\delta_i - \delta_k) \approx (\delta_i - \delta_k)$. Esto se justifica por consideraciones de estabilidad.
- iii) Todos los buses distintos del de referencia son buses PV, es decir se especifican las magnitudes de voltaje en todos los buses en el que se incluye el de referencia.

Las ecuaciones se reducen entonces a:

$$P_i = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| |Y_{ik}| (\delta_i - \delta_k); i = 2, 3, \dots, n \quad (01)$$

$$Q_i = -|V_i| \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n |V_k| |Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k) + |V_i|^2 |Y_{ii}|; i = 2, 3, \dots, n \quad (02)$$

Como se especifican los $|V_i|$, la ecuación (01) representa un sistema de ecuaciones algebraicas lineales en δ_i que son (n-1) en número, pues δ_i se especifica en el bus de referencia ($\delta_1 = 0$). La ecuación n-ésima que corresponde al bus de referencia (n=1) es redundante ya que la potencia real que se inyecta en este bus se especifica por completo como:

$$P_1 = \sum_{i=2}^n P_{Di} - \sum_{i=2}^n P_{Gi}; (P_L = 0) \quad (03)$$

La ecuación (01) se puede resolver de forma explícita (no iterativamente) para $\delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$, las cuales, cuando se sustituyan en la ecuación (02), dan las Q_i , inyecciones de potencia reactiva al bus. Se puede observar que las suposiciones hechas pueden haber DESACOPLADO las ecuaciones (01) y (02) de modo que no necesitan resolverse simultáneamente, pero se puedan resolver de manera secuencial. Como la solución es no iterativa y la dimensión se reduce de 2n a (n-1), la economía en tiempo de cálculo es mucho.

Admitancias serie:

$$y_{ik} = \frac{1}{R_{ik} + jX_{ik}} \quad (04)$$

Admitancia propia:

$$Y_{ii} = \text{Suma de admitancias series directamente conectadas al bus } i \quad (05)$$

Admitancia mutua:

$$Y_{ik} = \text{es el negativo de la admitancia serie conectada del bus } i \text{ al bus } k \quad (06)$$

Potencia activa inyectada en el bus i:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} \quad (07)$$

Potencia Reactiva inyectada en el bus i:

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (08)$$

Potencia reactiva en las líneas Q_L :

$$Q_L = \sum_{i=1}^n Q_{Gi} - \sum_{i=1}^n Q_{Di} \quad (09)$$

Flujo de potencias en la línea P_{ik} :

Como $|Z| = X, \theta = 90^\circ$

$$P_{ik} = -P_{ki} = \frac{|V_i||V_k|}{X_{ik}} \text{sen}(\delta_i - \delta_k) \quad (10)$$

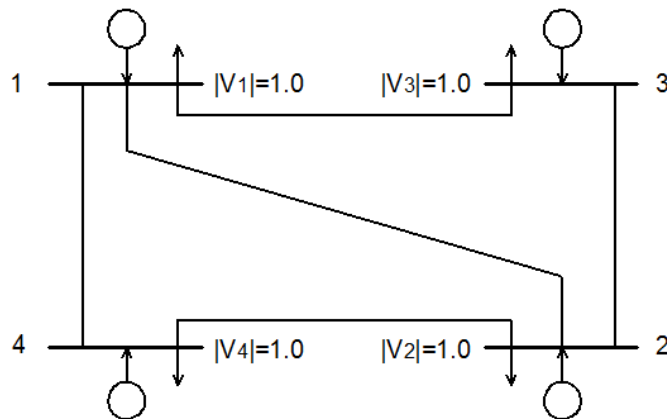
Flujo de potencias en la línea Q_{ik} :

Como $|Z| = X, \theta = 90^\circ$

$$Q_{ik} = Q_{ki} = \frac{|V_i|^2}{X_{ik}} - \frac{|V_i||V_k|}{X_{ik}} \text{cos}(\delta_i - \delta_k) \quad (11)$$

Ejemplo 6.3: Kothari y Nagrath (2008)

Considere el sistema que muestra cuatro buses en la figura adjunta, la magnitud de todos los voltajes de los cuatro buses se especifican como 1.0 p.u.



Las reactancias se indican en p.u. Las resistencias de línea se consideran despreciables y las potencias de en el bus se indican en p.u, estas se especifican en las tablas siguientes:

Línea	R	X
1-2	0	0.20
1-3	0	0.15
1-4	0	0.10
2-3	0	0.10
2-4	0	0.15

Bus	PD	QD	PG	QG
1	1.0	0.5	¿?	¿?
2	1.0	0.4	4.0	¿?
3	2.0	1.0	0	¿?
4	2.0	1.0	0	¿?

Calcule (a) la Y_{bus} , (b) las P_i , Q_i Y las δ_i , (c) los flujos de potencia de cada línea P_{ik} , Q_{ik} , y (d) El grafico solución de flujo de carga para el sistema de cuatro buses.

Solución:

Como los voltajes de bus se especifican, todos los buses deben de tener fuente de Q controlables.

a.1) Cálculo de las admitancias serie: $y_{ik} = \frac{1}{R_{ik} + jX_{ik}}$

$$y_{12} = \frac{1}{0 + j0.20} = -j5$$

$$y_{13} = \frac{1}{0 + j0.15} = -j6.667$$

$$y_{14} = \frac{1}{0 + j0.10} = -j10$$

$$y_{23} = \frac{1}{0 + j0.10} = -j10$$

$$y_{24} = \frac{1}{0 + j0.15} = -j6.667$$

a.2) Cálculo de las admitancias propias:

Y_{ii} = Suma de admitancias series directamente conectadas al bus i

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} + y_{14} = -j21.667$$

$$Y_{22} = y_{21} + y_{23} + y_{24} = -j21.667$$

$$Y_{33} = y_{31} + y_{32} = -j16.667$$

$$Y_{44} = y_{41} + y_{42} = -j16.667$$

a.3) Cálculo de las admitancias mutuas:

Y_{ik} = es el negativo de la admitancia serie conectada del bus i al bus k

$$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} = j5$$

$$Y_{13} = Y_{31} = -y_{13} = j6.667$$

$$Y_{14} = Y_{41} = -y_{14} = j10$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} = j10$$

$$Y_{24} = Y_{42} = -y_{24} = j6.667$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -y_{34} = j0$$

a.4) Y_{bus} :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

b.1) Cálculo de P_1 :

Utilizando la ecuación (03)

$$P_1 = P_{D2} + P_{D3} + P_{D4} - P_{G2}$$

$$P_1 = 1.0 + 2.0 + 2.0 - 4.0$$

$$P_1 = 1.0$$

De la ecuación de potencia activa inyectada en el bus 1:

$$P_1 = P_{G1} - P_{D1}$$

$$P_{G1} = P_1 + P_{D1}$$

$$P_{G1} = 1.0 + 1.0$$

$$P_{G1} = 2.0$$

b.2) Cálculo de P_2 :

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = 4.0 - 1.0$$

$$P_2 = 3.0$$

b.3) Cálculo de P_3 :

$$P_3 = P_{G3} - P_{D3} = 0.0 - 2.0$$

$$P_3 = -2.0$$

b.4) Cálculo de P_4 :

$$P_4 = P_{G4} - P_{D4} = 0.0 - 2.0$$

$$P_4 = -2.0$$

b.5) Cálculo de desarrollo de P_2 , en función de los δ :

$$P_2 = |V_2| \{ |V_1| |Y_{21}| (\delta_2 - \delta_1) + |V_2| |Y_{22}| (\delta_2 - \delta_2) + |V_3| |Y_{23}| (\delta_2 - \delta_3) + |V_4| |Y_{24}| (\delta_2 - \delta_4) \}$$

$$P_2 = 1.0 \{ 1 * 5 * (\delta_2 - \delta_1) + 0 + 1 * 10 * (\delta_2 - \delta_3) + 1 * 6.667 * (\delta_2 - \delta_4) \}$$

$$3.0 = 5(\delta_2 - \delta_1) + 10(\delta_2 - \delta_3) + 6.667(\delta_2 - \delta_4)$$

b.6) Cálculo de desarrollo de P_3 , en función de los δ :

$$P_3 = |V_3| \{ |V_1| |Y_{31}| (\delta_3 - \delta_1) + |V_2| |Y_{32}| (\delta_3 - \delta_2) + |V_3| |Y_{33}| (\delta_3 - \delta_3) \}$$

$$P_3 = 1.0 \{ 1 * 6.667 * (\delta_3 - \delta_1) + 1 * 10 * (\delta_3 - \delta_2) + 0 \}$$

$$-2.0 = 6.667(\delta_3 - \delta_1) + 10(\delta_3 - \delta_2)$$

b.7) Cálculo de desarrollo de P_4 , en función de los δ :

$$P_4 = |V_4| \{ |V_1| |Y_{41}| (\delta_4 - \delta_1) + |V_2| |Y_{42}| (\delta_4 - \delta_2) \}$$

$$P_4 = 1.0 \{ 1 * 10 * (\delta_4 - \delta_1) + 1 * 6.667 * (\delta_4 - \delta_2) + 0 \}$$

$$-2.0 = 10(\delta_4 - \delta_1) + 6.667(\delta_3 - \delta_2)$$

Ordenando el resultado de las ecuaciones en función de δ :

$$3.0 = 5(\delta_2 - \delta_1) + 10(\delta_2 - \delta_3) + 6.667(\delta_2 - \delta_4)$$

$$-2.0 = 6.667(\delta_3 - \delta_1) + 10(\delta_3 - \delta_2)$$

$$-2.0 = 10(\delta_4 - \delta_1) + 6.667(\delta_3 - \delta_2)$$

$$\text{Como } \delta_1 = 0$$

Se Resuelve estas ecuaciones lineales:

$$\delta_2 = 0.077 \text{ rad}$$

$$\delta_3 = -0.077 \text{ rad}$$

$$\delta_4 = -0.089 \text{ rad}$$

Convirtiendo en ángulos sexagesimales:

$$\delta_2 = 4.41^\circ$$

$$\delta_3 = -4.23^\circ$$

$$\delta_4 = -5.11^\circ$$

b.8) Cálculo de Q_1 :

$$Q_1 = -|V_1| \{ |V_2| |Y_{12}| \cos(\delta_1 - \delta_2) + |V_3| |Y_{13}| \cos(\delta_1 - \delta_3) + |V_4| |Y_{14}| \cos(\delta_1 - \delta_4) + |V_1|^2 |Y_{11}| \}$$

$$Q_1 = -1.0 \{ 1.0 * 5 * \cos(-4.41^\circ) + 1.0 * 6.667 * \cos(4.23^\circ) + 1.0 * 10 * \cos(5.11^\circ) + 1.0^2 * 21.667 \}$$

$$Q_1 = 0.07$$

b.9) Cálculo de Q_2 :

$$Q_2 = -|V_2|\{|V_1||Y_{21}|Cos(\delta_2 - \delta_1) + |V_3||Y_{23}|Cos(\delta_2 - \delta_3) + |V_4||Y_{24}|Cos(\delta_2 - \delta_4) + |V_2|^2|Y_{22}|\}$$

$$Q_2 = -1.0\{1.0 * 5 * Cos(4.41^\circ) + 1.0 * 10 * Cos(8.64^\circ) + 1.0 * 6.667 * Cos(9.52^\circ) + 1.0^2 * 21.667\}$$

$$Q_2 = 0.22$$

b.10) Cálculo de Q_3 :

$$Q_3 = -|V_3|\{|V_1||Y_{31}|Cos(\delta_3 - \delta_1) + |V_2||Y_{32}|Cos(\delta_3 - \delta_2) + |V_4||Y_{34}|Cos(\delta_3 - \delta_4) + |V_3|^2|Y_{33}|\}$$

$$Q_3 = -1.0\{1.0 * 6.667 * Cos(-4.23^\circ) + 1.0 * 10 * Cos(-8.64^\circ) + 1.0 * 0 * Cos(0.88^\circ) + 1.0^2 * 16.667\}$$

$$Q_3 = 0.132$$

b.11) Cálculo de Q_4 :

$$Q_4 = -|V_4|\{|V_1||Y_{41}|Cos(\delta_4 - \delta_1) + |V_2||Y_{42}|Cos(\delta_4 - \delta_2) + |V_3||Y_{43}|Cos(\delta_4 - \delta_3) + |V_4|^2|Y_{44}|\}$$

$$Q_4 = -1.0\{1.0 * 10 * Cos(-5.11^\circ) + 1.0 * 6.667 * Cos(-9.52^\circ) + 1.0 * 0 * Cos(-0.88^\circ) + 1.0^2 * 16.667\}$$

$$Q_4 = 0.132$$

b.12) Cálculo de Q_{G1} :

$$Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1} = 0.07 + 0.5$$

$$Q_{G1} = 0.57$$

b.13) Cálculo de Q_{G2} :

$$Q_{G2} = Q_2 + Q_{D2} = 0.22 + 0.4$$

$$Q_{G2} = 0.62$$

b.14) Cálculo de Q_{G3} :

$$Q_{G3} = Q_3 + Q_{D3} = 0.132 + 1.0$$

$$Q_{G3} = 1.132$$

b.15) Cálculo de Q_{G4} :

$$Q_{G4} = Q_4 + Q_{D4} = 0.132 + 1.0$$

$$Q_{G4} = 1.132$$

b.16) Cálculo de potencia reactiva en la las líneas Q_L :

$$Q_L = \sum_{i=1}^n Q_{Gi} - \sum_{i=1}^n Q_{Di}$$

$$Q_L = (0.57 + 0.62 + 1.132 + 1.132) - (0.5 + 0.4 + 1.0 + 1.0)$$

$$Q_L = 0.554$$

c.1) Cálculo de de flujo de potencias en la línea P_{12} y P_{21}

$$P_{12} = -P_{21} = \frac{|V_1||V_2|}{X_{12}} \text{sen}(\delta_1 - \delta_2)$$

$$P_{12} = -P_{21} = \frac{1.0 * 1.0}{0.20} \text{sen}(-4.41^\circ)$$

$$P_{12} = -P_{21} = -0.385$$

c.2) Cálculo de flujo de potencias en la línea P_{13} y P_{31}

$$P_{13} = -P_{31} = \frac{|V_1||V_3|}{X_{13}} \text{sen}(\delta_1 - \delta_3)$$

$$P_{13} = -P_{31} = \frac{1.0 * 1.0}{0.15} \text{sen}(4.23^\circ)$$

$$P_{13} = -P_{31} = 0.492$$

c.3) Cálculo de flujo de potencias en la línea P_{14} y P_{41}

$$P_{14} = -P_{41} = \frac{|V_1||V_4|}{X_{14}} \text{sen}(\delta_1 - \delta_4)$$

$$P_{14} = -P_{41} = \frac{1.0 * 1.0}{0.10} \text{sen}(5.11^\circ)$$

$$P_{14} = -P_{41} = 0.891$$

c.4) Cálculo de flujo de potencias en la línea Q₁₂ y Q₂₁:

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{|V_1|^2}{X_{12}} - \frac{|V_1||V_2|}{X_{12}} \text{cos}(\delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{1.0^2}{0.20} - \frac{1.0 * 1.0}{0.20} \text{cos}(-4.41^\circ)$$

$$Q_{12} = Q_{31} = 0.015$$

c.5) Cálculo de flujo de potencias en la línea Q₁₃ y Q₃₁:

$$Q_{13} = Q_{31} = \frac{|V_1|^2}{X_{13}} - \frac{|V_1||V_3|}{X_{13}} \text{cos}(\delta_1 - \delta_3)$$

$$Q_{13} = Q_{31} = \frac{1.0^2}{0.15} - \frac{1.0 * 1.0}{0.15} \text{cos}(4.23^\circ)$$

$$Q_{13} = Q_{31} = 0.018$$

c.6) Cálculo de flujo de potencias en la línea Q₁₄ y Q₄₁:

$$Q_{14} = Q_{41} = \frac{|V_1|^2}{X_{14}} - \frac{|V_1||V_4|}{X_{14}} \text{cos}(\delta_1 - \delta_4)$$

$$Q_{14} = Q_{41} = \frac{1.0^2}{0.10} - \frac{1.0 * 1.0}{0.10} \text{cos}(5.11^\circ)$$

$$Q_{14} = Q_{41} = 0.040$$

d) Grafico solución de flujo de carga para el sistema de cuatro buses:

